

DEELTENTAMEN D2 INLEIDING BESLISKUNDE
19 december 2005, 13.30 - 15.30 uur

REKENMACHINE TOEGESTAAN



Puntentelling

	totaal	(a)	(b)	(c)
1	30	10	5	15
2	35	10	15	10
3	35	15	5	15

Opgave 1

- (a). Laat gegeven zijn een gericht netwerk van knooppunten $N_1, \dots, N_n$ en lengte c_{ij} van de directe verbinding tussen knooppunt N_i en N_j . Beschouw het algoritme van Dijkstra om vanuit een gegeven startpunt het kortste pad te vinden naar een ander knooppunt. Geef de algemene formulering en stappen van dit algoritme in detail. Welke aanname is essentieel voor het algoritme?

Het consortium LHS van een aantal grote Nederlandse en Belgische ondernemingen heeft de order gewonnen voor de aanleg van een magneetweeftrein tussen de steden Amsterdam, Brussel, Charleroi, Delft, Enschede, Francorchamps, Gent, en Hoogeveen. Het netwerk van de magneetbaan zal worden aangelegd tussen de steden volgens Tabel 1 van de onderlinge afstanden (een – betekent dat tussen de betreffende steden geen directe verbinding komt).

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	–	10	15	20	–	–	–	–
B	10	–	–	–	25	20	–	–
C	15	–	–	–	15	20	–	–
D	20	–	–	–	15	5	–	–
E	–	25	15	15	–	–	10	25
F	–	20	20	5	–	–	30	20
G	–	–	–	–	10	30	–	–
H	–	–	–	–	25	20	–	–

Tabel 1. Afstandstabel. Steden bij hun eerste letter.

- (b). Teken het netwerk van steden en magneetbaan.
- (c). Als in de toekomst de magneetbaan zal zijn aangelegd, wil de directeur van LHS op zondag van A naar B (en terug) reizen, op maandag van A naar C, enzovoorts, tot op zaterdag van A naar H. En wel steeds over de kortste route. Bereken met het algoritme van (a) de totale reisafstand van de directeur per week. (Terug reist hij altijd over dezelfde route als heen, dus voldoende alleen de heenafstanden te berekenen.)

Opgave 2

- (a). Beschouw een acyclisch netwerk met knooppunten $M, M-1, \dots, 0$ waarin een minimale kostenpad wordt gezocht van knooppunt M naar knooppunt 0 . De kosten van het doorlopen van de directe verbinding van knooppunt i naar knooppunt j ($j < i$) zijn c_{ij} . Formuleer een dynamisch programmeringsalgoritme om dit minimale kostenpad te vinden. Geef duidelijk de betekenis van de waardefunctie aan.

Simplejet is een kleine luchtvaartmaatschappij die zich heeft gespecialiseerd in vrachtvervoer tussen A(msterdam) en B(arcelona). Veronderstel dat Simplejet één vliegtuig heeft met capaciteit van $C = 100$ ton. Op een bepaald moment bieden drie logistieke bedrijven ($j = 1, \dots, 3$) vracht aan die ze vervoerd willen hebben van A naar B.

- (b). De vracht van bedrijf j bestaat uit een (onbeperkt) aantal containers, waarbij iedere container gewicht w_j (in tonnen) heeft en waarbij Simplejet een winst van p_j (in duizenden euro's) per vervoerde container maakt. Tabel 2 geeft de gewichten w_j en winsten p_j . Simplejet staat voor de keuze hoeveel containers van welke aanbieder te vervoeren in één vlucht zodat de winst gemaximaliseerd wordt. Pas het algoritme van (a) toe waarbij je duidelijk de betekenis van de knooppunten, de pijlen en de kosten bij de pijlen aangeeft, de waardefunctie definieert, en de recursievergelijkingen opstelt. Los het probleem op met de gegevens van Tabel 2.

bedrijf j	1	2	3
gewicht w_j	20	40	60
winst p_j	12	30	40

Tabel 2. De gewichten en winsten van de containers.

- (c). Alle vracht wordt nu vervoerd in standaardcontainers van 5 ton ieder. De aangeboden vracht van bedrijf j bestaat uit a_j containers (a_j is een natuurlijk getal). De winst die Simplejet maakt bij het vervoeren van x containers van bedrijf j , is $p_j(x) \geq 0$ voor $x = 0, 1, \dots, a_j$ met $p_j(0) = 0$. Simplejet staat voor de keuze hoeveel containers van welke aanbieder te vervoeren in één vlucht zodat de winst gemaximaliseerd wordt. (NB, net zoals in onderdeel (b) hoeven niet alle containers van een aanbieder vervoerd te worden in die ene vlucht.) Formuleer dit probleem als een dynamisch programmeringsprobleem met beslissingsmomenten (of stadia). Geef duidelijk aan wat de beslissingsmomenten zijn, de toestanden, en de acties (of beslissingen), de waardefuncties definieert, en de recursievergelijkingen opstelt.

Opgave 3

De Oudhollandsche Backerij van Piet Commandeur, gevestigd in Heerhugowaard, is wijd en zijd bekend om zijn boterkoekjes. Om aan de vraag naar deze koekjes te voldoen is dagelijks 40 pond boter nodig die Commandeur betreft van de provinciale groothandel Rogigo. Per bestelling rekent Rogigo € 30 aan administratieve kosten terwijl de inkoop prijs van boter € 1,50 is per pond. De levertijd van Rogigo is 2 dagen. Tenslotte schat Commandeur in dat de voorraadkosten van boter dagelijks 4% zijn over de inkoop prijs. Piet Commandeur wil de totale kosten per dag minimaliseren onder de restrictie dat hij altijd aan de vraag naar de boterkoekjes kan voldoen.

- (a). Welk voorraadmodel is hier van toepassing? Hoe luidt de formule van de optimale bestelgrootte? Definieer hierin alle parameters. Bereken met deze formule de bestelgrootte voor Commandeur en de daarbij behorende dagelijkse bestel- en voorraadkosten. Wanneer moet Commandeur een bestelling plaatsen? Hoe vaak moet Commandeur per jaar bestellen (de Backerij is 300 dagen per jaar open)?
- (b). Veronderstel dat Rogigo een korting geeft van 20 % op de inkoop prijs als Commandeur minstens 220 pond per keer besteld. Wat is nu de optimale bestelgrootte?

Iedere eerste week van augustus is er kermis in Heerhugowaard en de enorme toeloop doet de plaatselijke Albert Heijn besluiten ook boterkoekjes te verkopen. Albert Heijn koopt de kant-en-klare koekjes bij Commandeur die daardoor zo veel meer moet bakken dat hij weet dat hij de volgende hoeveelheden boter nodig heeft in die dagen (inclusief de dagelijkse 40 pond):

1 aug	2 aug	3 aug	4 aug	5 aug	6 aug	7 aug
120	100	200	150	125	120	75

Tabel 3. Benodigde boter in ponden.

- (c). Beschrijf de heuristiek van Silver-Meal om een goede (sub-optimale) oplossing te vinden van dit probleem. Bereken met behulp van deze heuristiek de bestelstrategie voor Piet Commandeur en de daarbij behorende totale bestel- en voorraadkosten.

Cijfer van deeltentamen exclusief bonus en vóór afronding:

$$\max \left(1, \frac{\text{aantal behaalde punten}}{10} \right).$$