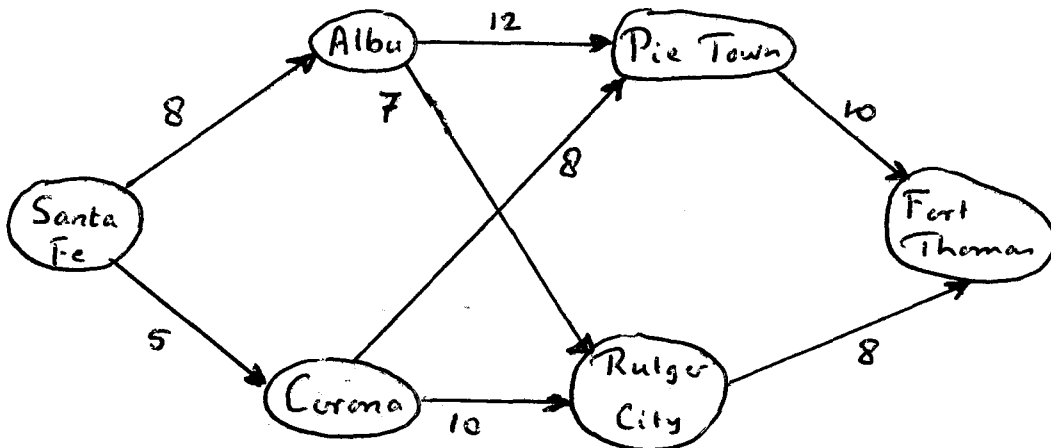


DEELTENTAMEN D2 INLEIDING BESLISKUNDE BWI
20 december 2004, 13.30-15.30 uur

Opgave 1

In het Wilde Westen was het reizen per postkoets een riskante aangelegenheid. Een reis van Santa Fe naar Fort Thomas nam destijds drie dagen in beslag. De mogelijke routes worden in onderstaande figuur gegeven. De geliefde country-zangeres Lilian Song uit Santa Fe moet optreden in Fort Thomas. Ze vraagt je haar te helpen om met dynamische programmering (haar lievelingsonderwerp) te bepalen wat de beste route is die ze kan nemen. De getallen bij de pijlen geven de afstanden aan gemeten in Indiaanse prairiemijlen.

- (a). Stel dat Lilian de route wil weten waarvoor de totale reisafstand minimaal is. Bereken deze voor haar met dynamische programmering.
- (b). Grillig als Lilian is, verandert ze haar mening en om haar tere lichaam zoveel te sparen op de hobbelige wegen, wil ze nu de route nemen waarvoor de grootste afstand die op één dag wordt afgelegd zo klein mogelijk is. Bereken deze route voor haar met dynamische programmering.
NB. Definieer in elk van de vragen (a) en (b) eerst zorgvuldig de waardefunctie en schrijf de algemene vorm van de recursie op voor je aan de berekeningen begint.



Opgave 2

- (a). Beschouw een netwerk met n knooppunten $N_1, \dots, N_n$, waarbij c_{ij} kosten zijn om een directe verbinding tussen knooppunt N_i en knooppunt N_j aan te leggen. Formuleer in algemene termen op PRECIESE wijze de labellingprocedure van het algoritme van Prim om de minimale opspannende boom te berekenen.
- (b). Pas het algoritme van Prim toe om op alternatieve wijze vraag (b) uit opgave 1 op te lossen. Geef duidelijk aan hoe uit de gevonden minimale boom de gezochte route volgt.
- (c). Je hebt de beschikking over een onbeperkt aantal exemplaren van vijf verschillende muntstukken met respectievelijke waarden van $d_1, d_2, \dots, d_5$ cent met $d_1 = 1$. Je wilt iemand anders een bedrag ter waarde van M cent geven met zo weinig mogelijk muntstukken. Formuleer dit probleem als een kortste-pad probleem in een acyclisch netwerk. Geef duidelijk de betekenis van de knooppunten en de pijlen en geef in algemene termen het algoritme om het probleem op te lossen.

Opgave 3

- (a). Stel je wilt N gegeven punten in het platte vlak door een lijnenstelsel verbinden met eventuele gebruikmaking van hulppunten om te bereiken dat de totale lengte van het gebruikte lijnenstelsel minimaal is. Hoe heet dit probleem? Welke eigenschap is van toepassing op de hoeken die de lijnen maken die samenkomen in een hulppunt? Construeer voor het geval van $n = 3$ punten het optimale lijnenstelsel.
- (b). Wat is het EOQ-voorraadmodel? Definieer hierin alle parameters. Voor een gegeven bestelgrootte Q , geef een uitdrukking voor de gemiddelde kosten per tijdseenheid en leidt hieruit de beroemde EOQ-formule voor de optimale bestelgrootte af.

Opgave 4

De beroemde fietsenfabriek Shihimutu moet voor het komende wielerseizoen aan het eind van de maanden februari tot en met juli een opgegeven aantal racefietsen afleveren aan de wielerploeg Bonesto. De wielerploeg Bonesto heeft geëist dat de fietsen niet later maar ook niet eerder dan het eind van de betreffende maand geleverd mogen worden. In onderstaande tabel staan de getalwaarden van het aantal te leveren racefietsen voor de genoemde zes maanden.

maand	februari	maart	april	mei	juni	juli
fietsen	2	4	10	6	4	2

Tabel 2. Aantallen te leveren racefietsen.

De fietsenfabriek Shihimutu heeft begin februari geen voorraad aan racefietsen. De fabriek kan elke maand een productierun uitvoeren voor elk gewenst aantal racefietsen. Als in een zekere maand een productierun uitgevoerd wordt, dan zijn de racefietsen gereed en beschikbaar voor levering aan het eind van de betreffende maand. De vaste kosten verbonden aan een productierun in een gegeven maand bedragen 2000 ongeacht de grootte van de productierun. De variabele kosten voor het maken van een racefiets kunnen we buiten beschouwing laten omdat alle gevraagde fietsen geleverd worden. Wel moeten voorraadkosten worden meegenomen. Voor elke fiets die aan het eind van een maand na levering voor die maand nog in voorraad is, worden voor de maand daarop voorraadkosten 200 gemaakt.

- (a). Bereken met de Silver-Meal heuristiek een (suboptimaal) productieschema
- (b). Stel nu eens dat de vraag naar fietsen over de komende zes maanden *constant* in de tijd is en dat aan het eind van elk van die zes maanden precies 5 fietsen moeten worden geleverd aan de wielerploeg Bonesto. Wat is dan het *optimale* productieschema? Licht toe waarom het schema dat u geeft inderdaad optimaal is.

Puntentoekenning: elke opgave 18 punten

opgave 1(a), 1(b): elk 9 punten,
 opgave 2(a), 2(b). 2(c): elk 6 punten,
 opgave 3(a), 3(b): elk 9 punten,
 opgave 4(a), 4(b): elk 9 punten.

Eindcijfer

$$1 + \frac{\text{totale aantal punten}}{8} \quad (\text{plus eventueel bonus}).$$