



## TENTAMEN INLEIDING BESLISKUNDE, 28-10-2004, 13.30-15.30

### Opgave 1.

Beschouw het LP-probleem

$$\begin{array}{ll}\max & 4x_1 + 6x_2 + 5x_3 \\ \text{onder} & x_1 + 4x_2 + 2x_3 \leq 5 \\ & 3x_1 + 2x_2 + 6x_3 \leq 7 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0\end{array}$$

- (a). Breng dit LP-probleem in de basisvorm door verschilvariabelen toe te voegen. Geef een startoplossing voor het LP-probleem in basisvorm.
- (b). Pas één iteratie van de simplex-methode toe om vanuit deze startoplossing een verbeterde basisoplossing te berekenen. Beargumenteer de keuzes die je doet om de oorspronkelijke basisoplossing te veranderen in de verbeterde basisoplossing. Geef de basisvorm van het LP-probleem behorende bij de verbeterde basisoplossing. Wat is de verbeterde oplossing en wat is de bijbehorende criteriumwaarde?
- (c). Hoe kun je uit de nieuwe basisvorm zien of de verbeterde oplossing nog verder verbeterd kan worden? Zouden in de uiteindelijke optimale basisoplossing alle drie de variabelen  $x_1, x_2, x_3$  een positieve waarde kunnen hebben? Licht uw antwoord toe.
- (d). Geef van het bovenstaande LP-probleem in ongelijkheidsvorm het duale LP-probleem. Wat kun je zeggen van de optimale criteriumwaarde van het duale LP-probleem: is dit kleiner dan 7.5 of tenminste 7.5? Licht uw antwoord toe.

### Opgave 2.

Je speelt met iemand het volgende spel een aantal keren. Ieder keer schrijven jij en je tegenspeler één van de drie getallen 1,2,3 gelijktijdig op een papertje op zonder dat de één kan zien wat de ander opschrijft. Daarna laten de spelers het opgeschreven getal aan elkaar zien. De verrekening tussen de twee spelers hangt af van de opgeschreven getallen. Hebben ze beiden hetzelfde getal opgeschreven, dan vindt geen verrekening plaats; anders wel. Het getal 1 wint van het getal 2 met een betaling van 7 euro van de verliezer aan de winnaar, het getal 2 wint van het getal 3 met een betaling van 5 euro van de verliezer aan de winnaar, en het getal 3 wint van het getal 1 met een betaling

van 2 euro van de verliezer aan de winnaar. Welke structuur heeft je optimale strategie als je het spel een groot aantal keren zou spelen? Formuleer een LP- model waarmee jouw optimale strategie berekend kan worden. Geef de betekenis van de gebruikte beslissingsvariabelen aan.

### Opgave 3.

Het duo Ken en Jerrie is bereid de plaatselijke supermarkt vier van hun beroemdste ijssoorten te leveren, te weten banaan, caramel, pistache en vanille. De vraag van de supermarkt naar elk van de ijssoorten is meer dan het duo maken kan. Verder is het zo dat van de benodigde ingredienten voor het maken van de ijssoorten slechts beperkte hoeveelheden aanwezig zijn. Het duo heeft dagelijks de beschikking over 200 liter melk, 150 pond suiker en 60 liter room. Om 1 liter bananenijs te maken is 0.45 liter melk nodig, 0.5 pond suiker en 0.1 liter room, voor 1 liter caramelijs zijn deze hoeveelheden 0.5 liter melk, 0.4 pond suiker en 0.15 liter room, voor 1 liter pistacheijs zijn de hoeveelheden 0.4 liter melk, 0.4 pond suiker en 0.2 liter room, en voor 1 liter vanilleijs zijn de hoeveelheden 0.55 liter melk, 0.5 pond suiker en 0.1 liter room. De ijssoorten banaan, caramel, pistache en vanille geven per verkochte liter een opbrengst van 2 euro, 1.8 euro, 1.9 euro en 1.75 euro. Nemen we als beslissingsvariabelen  $x_B, x_C, x_P, x_V$  de hoeveelheden liter die dagelijks van de vier ijssoorten banaan, caramel, pistache en vanille gemaakt worden, dan wordt hieronder de computeroutput gegeven met de LP-formulering en de oplossing.

```

MAX  2.0000 XB +1.8000 XC +1.9000 XP +1.7500 XV
Subject to :
1.  0.4500 XB +0.5000 XC +0.4000 XP +0.5500 XV <= 200.0000 {melk}
2.  0.5000 XB +0.4000 XC +0.4000 XP +0.5000 XV <= 150.0000 {suiker}
3.  0.1000 XB +0.1500 XC +0.2000 XP +0.1000 XV <= 60.0000 {room}

```

### Summary of Results

Value Objective Function : 682.5000

| Variable |   | Activity Level | Reduced Cost |
|----------|---|----------------|--------------|
| -----    |   | -----          | -----        |
| XB       | : | 0.0000         | 0.0750       |
| XC       | : | 300.0000       | 0.0000       |
| XP       | : | 75.0000        | 0.0000       |
| XV       | : | 0.0000         | 0.3250       |

|              | Slack of Surplus | Shadow prices |
|--------------|------------------|---------------|
|              | -----            | -----         |
| Constraint 1 | 20.0000          | 0.0000        |
| Constraint 2 | 0.0000           | 3.7500        |
| Constraint 3 | 0.0000           | 2.0000        |

#### Objective Coefficient Ranges

| Variable | Current Coefficient | Allowed Interval       |
|----------|---------------------|------------------------|
| -----    | -----               | -----                  |
| XB       | 2.0000              | [ -Infinity , 2.0750 ] |
| XC       | 1.8000              | [ 1.7750 , 1.9000 ]    |
| XP       | 1.9000              | [ 1.8000 , 1.9429 ]    |
| XV       | 1.7500              | [ -Infinity , 2.0750 ] |

#### Right-Hand-Side Ranges

| Constraint | Current RHS | Allowed Interval        |
|------------|-------------|-------------------------|
| -----      | ---         | -----                   |
| 1.         | 200.0000    | [ 180.0000 , Infinity ] |
| 2.         | 150.0000    | [ 120.0000 , 160.0000 ] |
| 3.         | 60.0000     | [ 56.2500 , 75.0000 ]   |

Beantwoord de volgende vragen.

- Stel dat de opbrengst per liter pistacheijs daalt van ~~2~~<sup>1.9</sup> naar 1.80 euro. Veranderen de waarden van de productiegroottes van de ijssoorten? Wat is het effect op de totale opbrengst? Licht uw antwoord toe.
- Zou je vanilleijs gaan maken als de opbrengst per liter 2.10 euro zou zijn in plaats van de huidige 1.75 euro? Licht uw antwoord toe.
- Stel het blijkt dat drie liter van de 60 liter room zuur geworden is en dus niet gebruikt kan worden. Wat is het gevolg voor de totale opbrengst? Licht uw antwoord toe.
- Stel dat duo Ken en Jerry een extra 10 pond suiker kan inkopen tegen 40 euro? Moeten ze dit doen? Licht uw antwoord toe.

- (e). Het duo wordt gevraagd of ze ook tirimasu-ijs willen maken bij een opbrengst van 2.10 euro per liter. Voor dit ijs is per liter nodig 0.35 liter melk, 0.40 pond suiker en 0.25 liter room. Is het interessant om deze nieuwe ijssoort te gaan maken? Licht uw antwoord toe.
- (f). Is met een bijbetaling van 10 euro het inruilen van 2 liter van de huidige 60 liter room tegen 4 extra pond suiker het overwegen waard? Licht uw antwoord toe.

#### Opgave 4.

In het paasweekend zijn in de regio West Friesland tien voetbalwedstrijden geprogrammeerd die als risicovol kunnen worden beschouwd. De burgemeesters van de diverse gemeenten in de regio maken dan ook grote bezwaren. Na analyse van de bezwaren blijkt:

1. wedstrijd 7 kan niet worden gespeeld als wedstrijd 3 wordt gespeeld
2. als wedstrijd 4 niet wordt gespeeld, dan moet wedstrijd 5 doorgaan
3. als zowel wedstrijd 2 als wedstrijd 5 worden gespeeld, dan kan wedstrijd 8 niet worden gespeeld
4. het spelen van wedstrijd 8 betekent dat niet meer dan één van de vier wedstrijden 1, 7, 9 en 10 kan worden gespeeld
5. als wedstrijd 7 wordt gespeeld, dan kan zowel wedstrijd 4 als wedstrijd 6 niet worden gespeeld.

Je wordt gevraagd om met een een geheeltallig LP-probleem te bepalen welke wedstrijden kunnen doorgaan zodat een maximaal aantal wedstrijden wordt gespeeld: Specificeer eerst de beslissingsvariabelen en de criteriumfunctie. Geef vervolgens de wiskundige bijvoorwaarden voor de bovenstaande vijf verbale eisen.

#### Puntentoekenning: elke opgave 18 punten

opgave 1(a), 3 punten, 1(b) 6 punten, 1(c) 3 punten, 1(d) 6 punten,  
 opgave 2 18 punten,  
 opgave 3(a)-(f), elk 3 punten,  
 opgave 4  $3 + 5 \times 3 = 18$  punten.

Eindcijfer:  $1 + \frac{\text{totale aantal punten}}{8}$ .