



1a Dit kan met het algoritme van Prim, dat werkt met ~~een verzameling van punten~~ deze stappen

- Begin met een graaf waarin je een willekeurig punt opneemt (N_w). De verzameling die alle in de graaf opgenomen punten bevat noem ik A en nu geldt dus $A = \{N_w\}$

efficiënt
met
laagste prijs

- ~~Zoek~~ Zoek min $\{C_{ij}\}$ voor combinaties $1 \leq i, j \leq n$ i, j zodat geldt $N_i \in A \wedge N_j \notin A$. Koppel nu N_j aan N_i in de graaf en voeg N_j ook aan A toe.

- Herhaal de vorige stap totdat alle punten verbonden zijn.

- De resulterende graaf is de graaf waar alle punten optimaal verbonden zijn (totale kosten minimaal).

bik: begin met de graaf $\textcircled{H}$, $A = \{H\}$

De minimale afstand tussen H en een ander knooppunt is 200 (tussen H en V_1), dus de nieuwe graaf wordt $\textcircled{H} - \textcircled{V_1}$, $A = \{H, V_1\}$

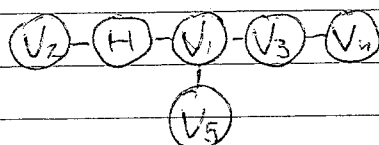
De minimale afstand tussen H of V_1 en een ander knooppunt is 350 (tussen V_1 en V_3), dus de nieuwe graaf wordt $\textcircled{H} - \textcircled{V_1} - \textcircled{V_3}$, $A = \{H, V_1, V_3\}$

De ~~opvolgende~~ ^{minimale afstand} ~~van~~ tussen de graaf en ^{van} de losse punten is min 450 ($V_3 - V_4$) dus de graaf wordt

$(H) - (V_1) - (V_3) - (V_4)$, $A = \{H, V_1, V_3, V_4\}$

De minimale afstand is nu ~~750~~ 750 (tussen H en V_2).
Graf: $(V_2) - (H) - (V_1) - (V_3) - (V_4)$, $A = \{H, V_1, V_2, V_3, V_4\}$

De minimale afstand is nu 1100 (tussen V_1 en V_5).
Dit is het laatste punt dat toegevoegd moest worden. Optimale graf:

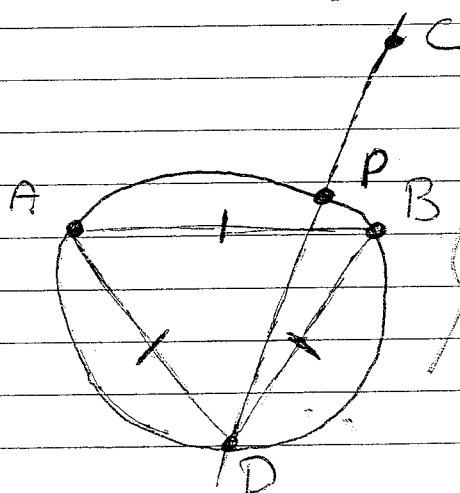


Totale kosten: $200 + 350 + 450 + 750 + 1100 = 2850$

C De optimale oplossing blijft gelijk, want voor het nemen van de beslissing wordt enkel naar het minimum (er worden geen bewerkingen als optelling of vermenigvuldiging gedaan) ~~gekeken~~ van een rijtje getallen gekleken. Omdat voor positieve x, y geldt dat $x \geq y \Rightarrow x^2 \geq y^2$, en alle getallen hier positief zijn, maakt kwadrateren geen verschil.

2a Dit is het Steiner-probleem. In een hulppunt maken alle lijnen hier altijd onderling hoeken van 120° .

Maak, uitgaande van punten A, B en C een gelijkzijdige driehoek ABD, zo dat de lijn AB tussen C en D in ligt. Trek nu een cirkel door A, B en D en trek ~~de~~ de lijn CD. Het snijpunt P tussen de cirkel en de lijn CD is het Steiner punt.



b In het knooppunt i moeten er nog i geld eenheden worden betaald. Een pijl van i naar j betekent dat er een munt is gebruikt om vanuit een schuld van i naar een schuld van j te komen. De waarde van deze munt is dus $i - j$ en de kosten van de pijl bedragen 1. Zo'n pijl kan dus enkel als

$$\exists k : (0 \leq k \leq r) \wedge (i - j = d_k)$$

~~De waarde van deze munt is dus $i - j$ en de kosten van de pijl bedragen 1. Zo'n pijl kan dus enkel als~~

c De waardefunctie $f(i, j)$ geeft aan wie er wint als speler j aan de beurt is terwijl er nog j stenen liggen. Speler 1 ben j , speler 2 is de tegenstander. Evident is $f(0, j) =$

$$f(0, j) = \begin{cases} j=1: 2 \\ j=2: 1 \end{cases}$$

zie opgave 5, 6
boek
(of college beproef)

Voor andere waarden van i neem j het minimum van de mogelijke toestanden (j wil winnen, ~~en~~ je bent speler 1, ~~en~~ $1 < 2$ en als je wint $f=1$ anders $f=2$) terwijl de tegenstander om te winnen het maximum neemt. Dit geeft:

$$f(i, j) = \begin{cases} j=1: \min\{f(i-1, 2), f(i-3, 2), f(i-5, 2)\} \\ j=2: \max\{f(i-1, 1), f(i-3, 1), f(i-5, 1)\} \end{cases}$$

Wie er wint wordt bepaald door $f(L, 1)$ te berekenen; en de ~~keuzes~~ keuzes die onderweg worden gemaakt geven de optimale strategie aan.

3a Eerste productierun: $A(\text{feb}) = \frac{2000}{1} = 2000$

$$A(\text{maa}) = \frac{2000 + 200 \cdot 4}{2} = 1400$$

$$A(\text{apr}) = \frac{2000 + 200 \cdot 4 + 200 \cdot 2 \cdot 10}{3} = 2266 \frac{2}{3}$$

Dus de productierun is voor feb en maa

Tweede productierun:

$$A(\text{apr}) = \frac{2000}{1} = 2000$$

$$A(\text{mei}) = \frac{2000 + 200 \cdot 6}{2} = 1600$$

$$A(\text{jun}) = \frac{2000 + 200 \cdot 6 + 200 \cdot 2 \cdot 4}{3} = 1600$$

$$A(\text{jul}) = \frac{2000 + 200 \cdot 6 + 200 \cdot 2 \cdot 4 + 200 \cdot 3 \cdot 2}{4} = 1500$$

Dus de productierun is voor apr t/m jul

Dit levert het volgende productie schema:

feb	maa	apr	mei	jun	jul
6	0	22	0	0	0

b Eerste productierun:

$$A(\text{feb}) = \frac{2000}{1} = 2000$$

$$A(\text{maa}) = \frac{2000 + 200 \cdot 5}{2} = 1500$$

$$A(\text{apr}) = \frac{2000 + 200 \cdot 5 + 200 \cdot 2 \cdot 5}{3} = 1666 \frac{2}{3}$$

Dus de productierun is voor twee maanden.

Hieruit blijkt dat produceren voor twee maanden niet alleen op het begin de laagste gemiddelde kosten oplevert, maar door de constante vraag

optimaliteit
in de simpelste
EOQ-term

$$\sqrt{2 \cdot 2000 \cdot 2000} = 2000$$

Zie verder blad 2