

DEELTENTAMEN D2 INLEIDING BESLISKUNDE BWI
19 december 2003, 10.30-13.30 uur

Opgave 1

De baggermaatschappij Wijsmuller staat voor de taak een netwerk van oliepijpleidingen aan te leggen in een olieland aan de Perzische Golf. Vijf belangrijke vindplaatsen V_1, V_2, V_3, V_4, V_5 moeten onderling en met de havenstad H bereikbaar zijn via een nog aan te leggen stelsel van pijpleidingen. De kosten van het aanleggen van directe pijplijnverbindingen tussen de vindplaatsen onderling en tussen de vindplaatsen en de haven worden in onderstaande tabel gegeven, waarin een streepje betekent dat de desbetreffende directe verbinding niet in aanmerking komt voor de aanleg van een pijplijn. Men is uiteraard geïnteresseerd in het netwerk met minimale totale kosten.

	H	V1	V2	V3	V4	V5
H	–	200	750	–	500	–
V1	200	–	900	350	–	1100
V2	750	900	–	–	–	1200
V3	–	350	–	–	450	1500
V4	500	–	–	450	–	1150
V5	–	1100	1200	1500	1150	–

Tabel 1. Kosten van directe pijplijnverbindingen

- (a). Met welk algoritme kun je het goedkoopste pijplijnnetwerk vinden? Formuleer in detail en in ALGEMENE termen de stappen van dit algoritme (dus, in algemene termen, ga uit van n knooppunten $N_1, \dots, N_n$ en kosten c_{ij} voor het aanbrengen van een directe verbinding tussen knooppunt N_i en knooppunt N_j).
- (b). Bereken met dit algoritme het minimale kostennetwerk.
- (c). Je hebt het minimale kostennetwerk berekend en vervolgens krijg je te horen dat de directe kosten in de tabel niet juist zijn, maar de kwadraten van de genoemde kosten hadden moeten zijn (dus 200 had 40,000 moeten zijn, etc). Zonder berekeningen uit te voeren, kun je zeggen of het eerder gevonden netwerk optimaal blijft of niet? Beargumenteer je antwoord.

Opgave 2

- (a). Stel je wilt n gegeven punten in het platte vlak door een lijnenstelsel verbinden met eventuele gebruikmaking van hulppunten om te bereiken dat de totale lengte van het gebruikte lijnenstelsel minimaal is. Hoe heet dit probleem? Welke eigenschap is van toepassing op de hoeken die de lijnen maken die samenkomen in een hulppunt? Construeer voor het geval van $n = 3$ punten het optimale lijnenstelsel.
- (b). Wat is het EOQ-voorraadmodel? Definieer hierin alle parameters. Voor een gegeven bestelgrootte Q , geef een uitdrukking voor de gemiddelde kosten per tijdseenheid en leidt hieruit de beroemde EOQ-formule voor de optimale bestelgrootte af.

Opgave 3

De beroemde fietsenfabriek Shihimutu moet voor het komende wielerseizoen aan het eind van de maanden februari tot en met juli een opgegeven aantal racefietsen afleveren aan de wielerploeg Bonesto. De wielerploeg Bonesto heeft geeist dat de fietsen niet later maar ook niet eerder dan het eind van de betreffende maand geleverd mogen worden. In onderstaande tabel staan de getalwaarden van het aantal te leveren racefietsen voor de genoemde zes maanden.

maand	februari	maart	april	mei	juni	juli
fietsen	2	4	10	6	4	2

Tabel 2. Antallen te leveren racefietsen.

De fietsenfabriek Shihimutu heeft begin februari geen voorraad aan racefietsen. De fabriek kan elke maand een productierun uitvoeren voor elk gewenst aantal racefietsen. Als in een zekere maand een productierun uitgevoerd wordt, dan zijn de racefietsen gereed en beschikbaar voor levering aan het eind van de betreffende maand. De vaste kosten verbonden aan een productierun in een gegeven maand bedragen 2000 ongeacht de grootte van de productierun. De variabele kosten voor het maken van een racefiets kunnen we buiten beschouwing laten omdat alle gevraagde fietsen geleverd worden. Wel moeten voorraadkosten worden meegenomen. Voor elke fiets die aan het eind van een maand na levering voor die maand nog in voorraad is, worden voor de maand daarop voorraadkosten 200 gemaakt.

- (a). Bereken met de Silver-Meal heuristiek een (suboptimaal) productieschema
- (b). Stel nu eens dat de vraag naar fietsen over de komende zes maanden *constant* in de tijd is en dat aan het eind van elk van die zes maanden precies 5 fietsen moeten worden geleverd aan de wielerploeg Bonesto. Wat is dan het *optimale* productieschema? Licht toe waarom het schema dat u geeft inderdaad optimaal is.

Opgave 4

- (a). Beschouw een acyclisch netwerk met knooppunten $M, \dots, 0$ waarin een minimale-kosten pad wordt gezocht van knooppunt M naar knooppunt 0 . De kosten van het doorlopen van de directe verbinding van knooppunt i naar knooppunt j zijn c_{ij} . Formuleer een dynamisch programmeringsalgoritme om dit minimale-kosten pad te vinden. Geef duidelijk de betekenis van de waardefunctie aan. Pas dit algoritme toe voor het (simpele) getallenvoorbeeld $M = 3, c_{30} = 10, c_{31} = 7, c_{32} = 5, c_{20} = 2, c_{21} = 4, c_{10} = 3$. Lees uit deze berekeningen het optimale pad af.
- (b). Stel je moet iemand M geldseenheden geven waarbij je de beschikking hebt over r verschillende munten. Het i de munttype vertegenwoordigt d_i geldseenheden voor $i = 1, \dots, r$ met $d_1 = 1$. Je hebt voldoende munten van elk type. Je wilt de verschuldigde M geldseenheden geven met een minimaal aantal munten. Formuleer dit als een minimaal kostenprobleem op een acyclisch netwerk. Geef duidelijk de betekenis van de knooppunten, de pijlen en de kosten bij de pijlen aan.
- (c). Op een speelbord liggen L stenen. Je speelt met iemand het volgende spel. Om de beurt neem jij en je tegenstander 1, 3 of 5 stenen van het bord totdat er geen stenen meer op het bord liggen. Degene die als laatste stenen van het bord neemt is de

winnaar. Jij begint het spel. Formuleer een dynamisch programmeringsalgoritme om de strategie voor optimaal spel te berekenen. Geef duidelijk de betekenis van de waardefunctie aan.

Puntentoeckenning: elke opgave 18 punten

opgave 1(a), 8 punten 1(b) 6 punten, 1(c) 4 punten

opgave 2(a), 2(b): elk 9 punten,

opgave 3(a), 3(b): elk 9 punten,

opgave 4(a), 4(b), 4(c) : elk 6 punten.

Eindcijfer

$$1 + \frac{\text{totale aantal punten}}{8} \quad (\text{plus eventueel bonus}).$$