

Opgave 1.

Stel dat vijf punten $(p_1, q_1), (p_2, q_2), \dots, (p_5, q_5)$ in het platte vlak gegeven zijn. Aan deze punten willen we een curve van de vorm $y = a + b \log x$ aanpassen zodat de som van de absolute afwijkingen

$$\sum_{j=1}^5 |q_j - (a + b \log p_j)|$$

minimaal is. Formuleer een LP-probleem waarmee de waarden van a en b kunnen worden berekend.

Opgave 2.

Beschouw het LP-probleem

$$\begin{array}{ll} \max & 2x_1 + 3x_2 + x_3 \\ \text{onder} & x_1 + 4x_2 + 2x_3 \leq 7 \\ & 3x_1 + 2x_2 + 6x_3 \leq 8 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{array}$$

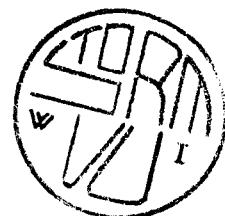
- Breng dit LP-probleem in de basisvorm door verschilvariabelen toe te voegen. Geef een startoplossing voor het LP-probleem in basisvorm en pas één iteratie van de simplex-methode toe om vanuit deze startoplossing een verbeterde basisoplossing te berekenen.
- Geef van het bovenstaande LP-probleem in ongelijkheidsvorm het duale LP-probleem. Wat kun je zeggen van de optimale criteriumwaarde in het duale probleem als je weet dat het bovenstaande LP-probleem 7.5 als maximale criteriumwaarde heeft?

Opgave 3.

Een handelaar heeft een opdracht ontvangen om 1000 kg kunstmest te leveren zodat aan de volgende specificatie voldaan is: tenminste 17% van het gewicht moet uit nitrogen bestaan, tenminste 14% uit fosfor en tenminste 10% uit potassium. De handelaar kan aan deze order voldoen door drie soorten kunstmest te mengen die hij in voorraad heeft. Kunstmestsoort 1 is van het 50-20-5 type, d.w.z. 50% van het gewicht is nitrogen, 20% van het gewicht is fosfor en 5% van het gewicht is potassium. Idem zijn de kunstmestsoorten 2 en 3 van het type 0-15-20 en 10-10-10. De kosten van de kunstmestsoorten 1, 2 en 3 zijn respectievelijk f. 0,90, f. 0,20 en f. 0,30 per kg. Om aan de order tegen de laagst mogelijke kosten te voldoen, lost de handelaar het volgende LP-probleem op:

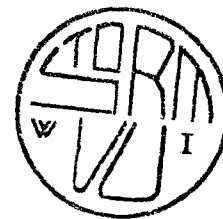
$$\begin{array}{ll} \min & 0.9x_1 + 0.2x_2 + 0.3x_3 \\ \text{onder} & 1. \quad x_1 + x_2 + x_3 = 1000 \\ & 2. \quad 0.5x_1 + 0.1x_3 \geq 170 \\ & 3. \quad 0.2x_1 + 0.15x_2 + 0.1x_3 \geq 140 \\ & 4. \quad 0.05x_1 + 0.2x_2 + 0.1x_3 \geq 100 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{array}$$

De computeruitvoer van de oplossing wordt hieronder samengevat



Summary of Results

Value Objective Function : 420.0000



Variable	Activity Level	Reduced Cost
-----	-----	-----
X1 :	250.0000	0.0000
X2 :	300.0000	0.0000
X3 :	450.0000	0.0000

	Slack of Surplus	Shadow prices
-----	-----	-----
Constraint 1	0.0000	0.1000
Constraint 2	0.0000	1.3333
Constraint 3	0.0000	0.6667
Constraint 4	17.5000	0.0000

Objective Coefficient Ranges

Variable	Current Coefficient	Allowed Interval
-----	-----	-----
X1	0.9000	[0.7000 , Infinity]
X2	0.2000	[0.1500 , 0.6000]
X3	0.3000	[-0.5000 , 0.3400]

Right-Hand-Side Ranges

Constraint	Current RHS	Allowed Interval
-----	---	-----
1.	1000.0000	[820.0000 , 1300.0000]
2.	170.0000	[20.0000 , 212.0000]
3.	140.0000	[125.0000 , 167.0000]
4.	100.0000	[-Infinity , 117.5000]

Geef een **beargumenteerd** antwoord op de volgende vragen

- Stel dat de kosten van kunstmestsoort 2 niet f. 0,20 maar f. 0,50 per kg blijken te zijn. Zou de optimale oplossing veranderen?
- Stel dat de samenstelling van de order zo zou moeten zijn dat tenminste 19% van het gewicht nitrogen is, in plaats van tenminste 17%. Met hoeveel zouden de kosten van de order dan toenemen? Wat kun je zeggen over de toename van de kosten als de eis zou zijn dat tenminste 25% nitrogen is?
- Stel dat de order 1100 kg in plaats van 1000 kg zou zijn. Met hoeveel zouden de kosten voor de order toenemen?
- Wat gebeurt er met de optimale oplossing als de kosten van elke kunstmestsoort met 10% zouden toenemen?

- (e). Stel dat blijkt dat de handelaar nog een kunstmestsoort 4 in voorraad heeft van het type 40-15-10. De kosten per kg van deze kunstmestsoort zijn f. 0,75. Zou deze kunstmestsoort in een nieuwe optimale oplossing gebruikt worden?

Opgave 4.

De werf De Vliegende Hollander heeft orders geaccepteerd om de volgende aantallen boten van haar populaire zeilboot VH-07 te leveren aan het begin van de maanden februari t/m juli in het komend jaar.

maand	februari	maart	april	mei	juni	juli
aantal	7	5	8	9	5	4

De boten moeten worden afgeleverd aan het begin van elke maand. Elke productieserie neemt precies één maand in beslag, ongeacht de grootte van de serie. Dit betekent dat boten die in een bepaalde maand geleverd moeten worden, tenminste één maand eerder in productie genomen moeten zijn. Er zijn geen beperkingen wat de productiecapaciteit betreft.

De vaste opstartkosten van een productieserie zijn f. 5000, terwijl de variabele productiekosten per boot gelijk zijn aan f. 10000. Voorraadkosten f. 500 worden gemaakt voor elke maand dat een reeds geproduceerde boot in voorraad wordt gehouden. De werf vraagt zich af voor welk productieschema de totale kosten minimaal zijn.

- (a). Formuleer een geheeltallig LP-probleem om te bepalen in welke van de zes maanden januari t/m juni (nummer deze als de maanden 1 t/m 6) een productie moet plaatsvinden en hoe groot bij productie de productieserie is. Geef duidelijk de betekenis van uw beslissingsvariabelen aan.
- (b). Pas de formulering in vraag (a) aan voor de volgende extra eisen
- (i) als in februari geproduceerd zou worden, dan kan niet in maart geproduceerd worden;
 - (ii) als in april geproduceerd zou worden, dan moet in april de grootte van de productieserie tenminste 10 boten zijn;
 - (iii) in juni kan niet worden geproduceerd als zowel in mei als in april zou worden geproduceerd.

Puntentoekenning: elke opgave 18 punten

opgave 1: 18 punten,
 opgave 2(a) 12 punten, 2(b) 6 punten,
 opgave 3(a)–(e): 3,4,3,4,4 punten,
 opgave 4(a) 12 punten, 4(b) 6 punten.

Eindcijfer

$$1 + \frac{\text{totale aantal punten}}{8}.$$

