

Tentamen Inleiding Besliskunde voor BWI, 19 april 2001, 13.30-16.30 uur

Opgave 1

Objective Function :

$$\text{MIN } 15.0000 X_1 + 10.0000 X_2 + 9.0000 X_3 + 7.0000 X_4$$

Subject to :

1. $2.0000 X_1 + 3.0000 X_2 + 4.0000 X_3 + 5.0000 X_4 \leq 3300.0000$
2. $3.0000 X_1 + 4.0000 X_2 + 5.0000 X_3 + 6.0000 X_4 \leq 4000.0000$
3. $1.0000 X_3 \geq 400.0000$
4. $1.0000 X_1 + 1.0000 X_2 + 1.0000 X_3 + 1.0000 X_4 = 1000.0000$

Summary of Results

Variable		Activity Level	Reduced Cost
-----		-----	-----
X1	:	400.0000	0.0000
X2	:	200.0000	0.0000
X3	:	400.0000	0.0000
X4	:	0.0000	7.0000

	Slack of Surplus	Shadow prices
	-----	-----
Constraint 1	300.0000	-0.0000
Constraint 2	0.0000	-5.0000
Constraint 3	0.0000	4.0000
Constraint 4	0.0000	30.0000

Objective Coefficient Ranges

Variable	Current Coefficient	Allowed Interval
-----	-----	-----
X1	15.0000	[11.5000 , Infinity]
X2	10.0000	[-Infinity , 12.0000]
X3	9.0000	[5.0000 , Infinity]
X4	7.0000	[0.0000 , Infinity]

Right-Hand-Side Ranges

Constraint	Current RHS	Allowed Interval
-----	---	-----
1.	3300.0000	[3000.0000 , Infinity]
2.	4000.0000	[3800.0000 , 4300.0000]
3.	400.0000	[0.0000 , 500.0000]
4.	1000.0000	[900.0000 , 1066.6667]

Het bovenstaande is de computeroutput voor het volgende LP-probleem. RAF N.V. heeft een contract getekend om 1000 RAF-trucks te produceren. Voor de productie heeft het bedrijf 4 locaties ter beschikking. Vanwege locale omstandigheden zijn de kosten voor het produceren van een truck verschillend per locatie. De benodigde arbeidskracht en het benodigde materiaal voor het maken van een truck is ook verschillend per locatie. Deze gegevens betreffende de productie van een truck staan in de volgende tabel:

locatie	kosten (in f 1000)	arbeidsuren	eenheden materiaal
1	15	2	3
2	10	3	4
3	9	4	5
4	7	5	6

Voor de vier productielocaties tezamen zijn in totaal 3300 arbeidsuren ter beschikking en 4000 eenheden materiaal. De vakbond heeft in het contract geëist dat tenminste 400 trucks worden geproduceerd op locatie 3. Geef een beargumenteerd antwoord op de volgende vragen:

- Wat zijn de extra kosten voor het maken van 50 trucks meer?
- Wat gebeurt er met de optimale oplossing als de productiekosten per truc op locatie 2 gelijk aan f 12 000 zouden zijn in plaats van f 10 000?
- Met hoeveel zouden de kosten dalen als de vakbond haar eis van tenminste 400 trucks te produceren op locatie 3 zou laten vallen? Wat gebeurt er met de kosten als de eis zou worden verscherpt tot de eis dat tenminste 525 trucks op locatie 3 worden geproduceerd?
- Stel dat het bedrijf over 100 extra eenheden materiaal zou kunnen beschikken tegen het inleveren van 200 arbeidsuren. Wat gebeurt er dan met de minimale totale kosten?
- Stel dat op elke locatie de productiekosten per truc 25% hoger zou zijn. Verandert de optimale oplossing dan?
- Stel dat ook nog een 5e locatie voor productie ter beschikking blijkt te zijn. Op deze locatie zijn voor een truc de productiekosten gelijk aan f 7 000 en zijn 10 arbeidsuren en 7 eenheden materiaal nodig voor de productie van een truc. Is het zinvol deze locatie te gebruiken?

Opgave 2

(a). Beschouw het kortste-pad probleem op een acyclisch netwerk met de punten $0, 1, \dots, M$ en kosten c_{ij} voor pijl (i, j) , waarbij het minimale-kosten pad wordt gezocht van punt M naar punt 0 . Formuleer in algemene termen het kortste-pad algoritme.

(b) Stel dat je iemand M geldseenheden moet geven en daarvoor de beschikking hebt over r verschillende muntsoorten waarbij een exemplaar van de i^{de} muntsoort d_i geldseenheden vertegenwoordigt voor $i = 1, \dots, r$ met $d_1 = 1$. Een onbeperkt aantal exemplaren van elke muntsoort is tot je beschikking. Je wilt je schuld van M geldseenheden voldoen met een zo klein mogelijk aantal munten. Modelleer dit (dus specificeer de punten, pijlen en kosten) als een kortste-pad probleem op een acyclisch netwerk.

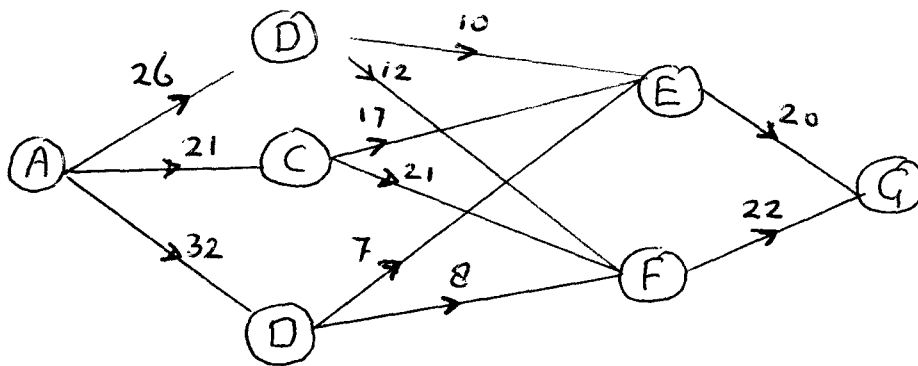
Opgave 3

(a). De wielrenner Mario Cyclorini staat bekend als een coureur die uitstekend op de kasseien uit de voeten kan, maar ook als een coureur die het gebruik van doping niet schuwt. De kans dat Mario een kasseienklassieker wint is gelijk aan 0.15 als hij geen doping gebruikt en 0.25 als hij wel doping gebruikt. In gemiddeld 50% van de wielerklassiekers gebruikt Mario doping. Stel je verneemt dat Mario afgelopen zondag de klassieker Parijs-Roubaix heeft gewonnen. De uitslag van de dopingcontrole is nog niet bekend. Bepaal met behulp van een kansboom de kans dat Mario afgelopen zondag doping heeft gebruikt.

(b) Het Nederlandse electronicaconcern NViews heeft het aanbod gekregen om over een half jaar een grote partij nachtkijkers aan Libië te leveren. Tegen dit land bestaat momenteel een wapenembargo. Als het concern besluit het aanbod nu te accepteren, dan maakt het concern een winst van 10 miljoen gulden als tegen de tijd van levering het embargo is opgeheven, terwijl echter een verlies van 2.5 miljoen gulden wordt geleden als het embargo niet wordt opgeheven en de levering moet worden geannuleerd. Over twee maanden vergadert de Europese Unie over het al of niet opheffen van het wapenembargo. Het concern gelooft dat er 50% kans is dat de Europese Unie het wapenembargo zal opheffen. In plaats van direct te beslissen, kan het concern ook wachten tot de Europese Unie een besluit genomen heeft. Als het concern besluit te wachten, is er een kans van 20% dat een concurrent er in de tussentijd met de order vandoor gaat. Bepaal met een beslissingsboom wat de beste strategie van het bedrijf is.

Opgave 4

Een woestijnreiziger staat voor de opgave door de woestijn een tocht te maken die begint in plaats A en eindigt in plaats G. De tocht duurt drie dagen: na de eerste dag moet de reiziger in één van de plaatsen B, C, D zijn, na de tweede dag in één van de plaatsen E, F en na de derde dag in eindplaats G. De onderstaande figuur geeft de dagafstanden tussen de verschillende plaatsen.



(a) Bepaal met Dijkstra's algoritme de route van A naar G waarvoor de totale afstand minimaal is.

(b) Bepaal met dynamische programmering de route van A naar G waarvoor de grootste afstand die op één dag wordt afgelegd zo klein mogelijk is.

Opgave 5

De supermarktketen Maximus heeft supermarkten in de plaatsen $j = 1, \dots, n$. Om het logistieke proces te vereenvoudigen, wil de keten in een aantal van deze plaatsen een distributiecentrum neerzetten. In totaal kunnen niet meer dan p distributiecentra gevestigd worden voor een gegeven waarde van p met $p < n$. Vestiging van een distributiecentrum in plaats j brengt vaste wekelijkse kosten F_j met zich mee. Uit efficiëntie-overwegingen is de eis dat elke supermarkt vanuit slechts één distributiecentrum beleverd mag worden. De wekelijkse kosten verbonden aan het beleveren van de supermarkt in plaats k door een distributiecentrum in plaats j zijn F_{jk} . Het doel is de vestigingsplaatsen van de distributiecentra zo te kiezen dat de totale wekelijkse kosten minimaal zijn.

(a) Formuleer dit als een geheeltallig LP-probleem en specificeer op duidelijke wijze de betekenis van uw beslissingsvariabelen.

(b) Pas de geheeltallige LP-formulering aan voor elk van de volgende extra eisen:

- als zowel in plaats 7 als in plaats 8 een distributiecentrum geplaatst wordt, dan kan in plaats 9 geen distributiecentrum komen.
- als er een distributiecentrum komt in tenminste één van de zeven plaatsen 1,...,7, dan moeten er in deze zeven plaatsen tezamen hooguit drie distributiecentra komen.
- als er een distributiecentrum komt zowel in plaats 9 als in plaats 10, dan worden er wekelijks extra vaste kosten K_0 gemaakt.

Puntentoekening: (elke som is 18 punten)

som 1(a), (b), (c), (d), (e), (f): elk 3 punten

som 2(a), (b): elk 9 punten

som 3(a), (b): elk 9 punten

som 4(a), (b): elk 9 punten

som 5(a), (b): elk 9 punten

Eindcijfer = $1 + \frac{\text{aantal punten}}{5}$.