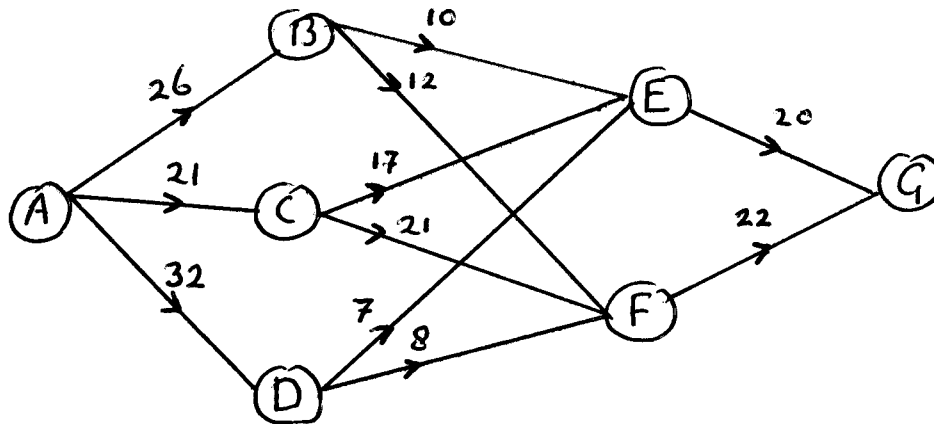


Deeltentamen 2e deel Inleiding Besliskunde voor B.W.I., 22 december 2000

1. Een vliegtuig moet een vlucht uitvoeren van beginpunt A naar eindpunt G. Een tweetal tussenlandingen dient gemaakt te worden. De eerste tussenlanding is in één van de steden B, C of D, terwijl de tweede tussenlanding plaatsvindt in één van de steden E of F. De onderstaande figuur geeft de vliegafstanden tussen de verschillende steden.



(a) Bepaal met dynamische programmering (dus hier *niet* met Dijkstra) de vliegroute van A naar G waarvoor de totale vliegafstand minimaal is.

(b) Bepaal met dynamische programmering de vliegroute van A naar G waarvoor de grootste afstand die in één keer vliegen wordt afgelegd zo klein mogelijk is.

N.B. Zowel in vraag (a) als vraag (b): definieer zorgvuldig de waardefunctie.

2. (a) Pas het algoritme van Dijkstra toe om op alternatieve wijze vraag (a) uit opgave 1 op te lossen.

(b) Beschouw een gericht netwerk met n knooppunten $N_1, \dots, N_n$, waarbij c_{ij} de directe reisafstand is van knooppunt N_i naar knooppunt N_j . Beschrijf in algemene termen het algoritme van Dijkstra om de kortste paden te berekenen van een gegeven beginpunt N_s naar alle andere knooppunten. Welke eis moet op de afstanden c_{ij} gelegd worden wil het algoritme van Dijkstra toepasbaar zijn?

3. De handelaar Koos Zwart maakt regelmatig trips tussen Amsterdam en Johannesburg om in Zuid-Afrika diamantvijsel in te kopen. Voor dit vijsel heeft Koos een constante afzet in Amsterdam onder meer bij een fabrikant Antikraak van fietssloten. De constante afzet in Amsterdam is 50 gram diamantvijsel per week en Koos zorgt voor een stipte levering. De trip naar Johannesburg neemt precies één week in beslag. De vaste kosten per trip zijn f 1800 en de inkoopkosten per gram diamantvijsel is f 100. In Amsterdam wordt het diamantvijsel tegen f 500 per gram afgezet. Voor elke gram vijsel in voorraad worden per week voorraadkosten gemaakt die gelijk zijn aan 0.5% van de inkoopkosten.

(a) Bij welk voorraadniveau moet Koos naar Johannesburg vliegen en hoeveel moet hij daar dan inkopen opdat zijn gemiddelde kosten minimaal zijn?

(b) Beantwoord bovenstaande vraag ook voor het geval dat Koos een korting van 19% krijgt op de inkoopkosten als hij meer dan 650 gram tegelijk inkoopt.

(c) Veronderstel nu dat Koos wil stoppen met de handel. Koos heeft echter zijn trouwste klant -de fabrikant Antikraak van fietsslotsen- toegezegd aan het begin van elk van de komende vijf weken de respectievelijke hoeveelheden $D_1 = 220$, $D_2 = 280$, $D_3 = 360$, $D_4 = 140$ en $D_5 = 270$ gram diamantvrijlsel te leveren. Voor deze leveringen hoeft hij niet naar Johannesburg, maar kan hij aan het begin van elke week terecht op een adresje in Amsterdam. Dit adres rekent Koos f 250 aan vaste kosten bij elke inkoop en f 200 per ingekochte gram. De rentekosten van in voorraad geïnvesteerd kapitaal zijn opnieuw 0.5% per week. Bereken met de Silver-Meal heuristiek hoe Koos voor de komende vijf weken te werk moet gaan als zijn huidige voorraad nul is.

4. (a) Gemiddeld 1 op de 100 profschaatsters gebruikt het verboden middel Repo, een stimulerend middel dat uit rendierenbloed wordt gemaakt. Stel dat een door het lot bepaalde schaatser wordt uitgekozen en aan een test wordt onderworpen om te zien of hij het verboden middel gebruikt. De test is niet honderd procent betrouwbaar: de test geeft een positieve uitslag in gemiddeld 90% van de gevallen waarin sprake is van gebruik van het verboden middel, terwijl de test bij geen gebruik van het verboden middel toch in gemiddeld 20% van de gevallen positief uitvalt. Bepaal met een kansboom de kans dat de schaatser werkelijk het verboden middel gebruikt als de test positief uitvalt.

(b) Je hebt de beschikking over een onbeperkt aantal exemplaren van vijf verschillende muntstukken met respectievelijke waarden van $d_1, d_2, \dots, d_5$ cent met $d_1 = 1$. Je wilt iemand anders een bedrag ter grootte van M cent geven met zo weinig mogelijk muntstukken. Formuleer dit probleem als een kortste-pad probleem in een acyclisch netwerk. Geef duidelijk de betekenis van de knooppunten en de pijlen en geef in algemene termen het algoritme om het probleem op te lossen.

Puntentoekenning (elke opgave is 18 punten):

som 1(a) en 1(b): elk 9 punten

som 2(a) en 2(b): elk 9 punten

som 3(a): 7 punten, som 3(b): 4 punten, som 3(c): 7 punten

som 4(a) en 4(b): elk 9 punten

Cijfer = $1 + \frac{\text{totale aantal punten}}{8}$