

Eerste deeltentamen Inleiding besliskunde (BWI), 22 oktober 1999

1. Het boerenbedrijf Brinkhorst verbouwt tarwe en koren op haar akkers die 45 hectare beslaan. Elke beplante hectare levert 5 "bushels" tarwe wanneer met tarwe beplant en 4 bushels koren wanneer met koren beplant (een bushel is een eenheidsmaat voor gewassen). Tarwe verkoopt voor fl. 60,- per bushel en koren voor fl. 100,- per bushel. Het bedrijf kan hooguit 140 bushels tarwe verkopen en hooguit 120 bushels koren. Zes arbeidsuren zijn vereist om één hectare tarwe te oogsten en 10 arbeidsuren om één hectare koren te oogsten. Aan arbeidskracht kan hooguit 350 arbeidsuren worden ingehuurd tegen een bedrag van fl. 20,- per uur. Om de nettowinst te maximaliseren lost het boerenbedrijf Brinkhorst het volgende LP-probleem op met beslissingsvariabelen x_1 = aantal hectaren beplant met tarwe, x_2 = aantal hectaren beplant met koren en x_3 = aantal ingehuurde arbeidsuren:

Maximaliseer $300x_1 + 400x_2 - 20x_3$
onder de bijvoorwaarden

1. $x_1 + x_2 \leq 45$
2. $6x_1 + 10x_2 - x_3 \leq 0$
3. $5x_1 \leq 140$
4. $4x_2 \leq 120$
5. $x_3 \leq 350$
- $x_1, x_2, x_3 \geq 0$



De computeruitvoer van de oplossing van dit LP-probleem is:

Value Objective Function : 8500.000

Variable	Activity Level	Reduced Cost
X1 :	25.0000	0.0000
X2 :	20.0000	0.0000
X3 :	350.0000	0.0000

	Slack of Surplus	Shadowprice
Constraint 1	0.0000	150.0000
Constraint 2	0.0000	25.0000
Constraint 3	15.0000	0.0000
Constraint 4	40.0000	0.0000
Constraint 5	0.0000	5.0000

Objective Coefficient Ranges

Variable	Current Coefficient	Allowed Interval
X1	300.0000	[240.000, 320.000]
X2	400.0000	[380.000, 500.000]
X3	-20.0000	[-25.000, Infinity]

Right Hand Side Ranges

Constraint	Current RHS	Allowed Interval
1.	45.0000	[38.3333, 46.200]
2.	0.0000	[-12.0000, 40.0000]
3.	140.0000	[125.0000, Infinity]
4.	120.0000	[80.0000, Infinity]
5.	350.0000	[338.0000, 390.0000]

Geef een beargumenteerd antwoord op de volgende vragen

- Wat is het bedrag dat het boerenbedrijf hooguit bereid zou zijn te betalen om 1 extra hectare land erbij te huren?
- Wat is het bedrag dat het boerenbedrijf hooguit bereid zou zijn te betalen voor 25 extra arbeidsuren?
- Met hoeveel zou de nettowinst afnemen als slechts 40 hectare land bebouwd zou kunnen worden?
- Wat zou de nieuwe optimale oplossing worden als de verkoopprijs van tarwe zou dalen naar fl. 56,- per bushel en de verkoopprijs van koren naar fl. 97,- per bushel? (let op: dit betekent dat de opbrengst per hectare beplante tarwe zou dalen naar fl. 280,- en de opbrengst per hectare beplante koren zou dalen naar fl. 388,-).
- Stel dat het boerenbedrijf ook hennep zou kunnen verbouwen waarvan de afzetmogelijkheden onbeperkt zijn. Elke met hennep beplante hectare levert 4 bushel hennep en vereist 3 arbeidsuren. Zou het lonen hennep te verbouwen als de verkoopprijs fl. 65,- per bushel is (oftewel elke hectare beplant met hennep fl. 260,- oplevert)?

2. Beschouw het LP-probleem

$$\begin{array}{ll}\text{Max} & 4x_1 + 6x_2 + 5x_3 \\ \text{onder} & x_1 + 4x_2 + 2x_3 \leq 5 \\ & 3x_1 + 2x_2 + 6x_3 \leq 7 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0\end{array}$$

- Breng dit LP-probleem in de basisvorm door verschilvariabelen toe te voegen. Geef een startoplossing voor het LP-probleem in basisvorm en pas één iteratie van de simplex-methode toe om vanuit deze startoplossing een verbeterde basisoplossing te berekenen. Zouden in een optimale basisoplossing alle drie variabelen een positieve waarde kunnen hebben?
 - Geef van het bovenstaande LP-probleem in ongelijkheidsvorm het duale LP-probleem. Wat kun je zeggen van de optimale criteriumwaarde van het duale LP-probleem als je zou weten dat het bovenstaande LP-probleem de maximale criteriumwaarde 12 heeft.
3. Vijf punten $(x_1^{(0)}, y_1^{(0)})$, $(x_2^{(0)}, y_2^{(0)})$, ..., $(x_5^{(0)}, y_5^{(0)})$ zijn in het platte vlak gegeven. Aan deze vijf gegeven punten willen we een curve van de vorm $y = a \cos(x) + bx$ aanpassen zodat de som van de absolute afwijkingen

$$\sum_{i=1}^5 |y_i^{(0)} - a \cos(x_i^{(0)}) - bx_i^{(0)}|$$

minimaal is. Laat zien hoe de optimale waarden van a en b door lineaire programmering kunnen worden bepaald.

4. Voor het komend jaar heeft een wetenschappelijk bibliotheek slechts een gegeven budget van B gulden beschikbaar voor de aanschaf van tijdschriften. Tien tijdschriften komen voor aanschaf in aanmerking. Voor elk tijdschrift is een goede schatting bekend voor het aantal gebruikers van dit tijdschrift. Voor tijdschrift j is het aantal gebruikers a_j voor $j=1,2,\dots,10$. De kosten van de aanschaf van tijdschrift j bedragen c_j voor $j=1,2,\dots,10$. De bibliothecaris wil binnen het gegeven budget die tijdschriften aanschaffen waarvoor het totale gebruik van het tijdschrift maximaal is.
- Formuleer dit als een geheeltallig LP-probleem.
 - Pas de formulering van het geheeltallige LP-probleem aan wanneer de volgende extra eisen gesteld worden:
 - tijdschrift 3 kan alleen worden aangeschaft als ook tijdschrift 7 aangeschaft is.
 - hooguit twee van de tijdschriften 5, 7 en 8 kunnen worden aangeschaft
 - tijdschrift 4 kan alleen worden aangeschaft als tenminste één van de tijdschriften 8 en 10 is aangeschaft.

Puntenberekening

som 1a, 3 punten	som 2a, 9 punten
som 1b, 4 punten	som 2b, 9 punten
som 1c, 3 punten	som 3, 18 punten
som 1d, 4 punten	som 4a, 9 punten
som 1e, 4 punten	som 4b, 9 punten

Eindcijfer : $1 + \frac{\text{aantal punten}}{8}$