



vrije Universiteit amsterdam

Naam en voorletters: Tessa vld Ems

Cijfer:

Vak: Graven in grafen

Studentnummer: 1920014

Datum: 24/03/11 Jaar van 1e inschrijving: 2009 Studierichting: BWI/I

- Deel 1
- 1 a) een euler tour bezoekt alle kanten van een graaf precies 1 keer. Het begin punt hoeft niet gelijk te zijn aan het eindpunt
 - 2 b) Een subgraaf van een graaf G , waarbij een verzameling knopen wordt genomen en de edges die zich in graaf G tussen deze knopen bevinden
 - 2 c) De onderliggende simpele graaf is connected, maar de directed graph is niet strongly connected ($\forall u, v \in V(G)$ is er een pad $\langle v, u \rangle$, zodat de twee verbonden zijn)
 - 2 d) Een hamilton cycle is een cycle zodat alle knopen precies 1 keer worden bezocht en de begin knoop gelijk is aan de eind knoop
 - 2 e) de minimal spanning tree van een graaf G , is de edge-geïnduceerde graaf van G , zodat deze connected is en het totale gewicht minimaal is

$$2 \text{ a) } \forall G, H \subseteq G: |E(H)| \leq |E(G[V(H)])|$$

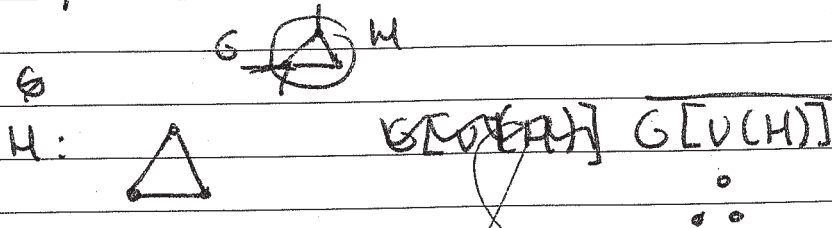
Voor H geldt dat $E(H) \subseteq E(G)$ en $V(H) \subseteq V(G)$
 en dat $\forall u, v \in V(H)$
 $\exists e \in E(G), e = \langle u, v \rangle$

~~als H een subgraph van G is dan~~
~~naam de edges tussen de knopen van $V(H)$ die bestaan,~~
~~deze~~

mogelijkheid: graaf H

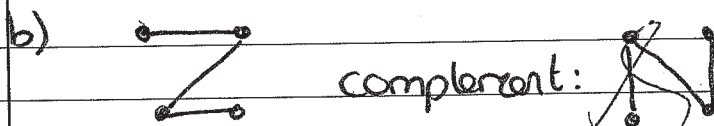
De edges die H kan hebben, zijn de edges die voorkomen tussen de knopen van H , dit is het maximaal aantal edges, wat H kan hebben, deze krijg je door $G[V(H)]$, maar een subgraph hoeft niet per se al deze edges te hebben en kan dus ook minder hebben, dus $|E(H)| \leq |E(G[V(H)])|$

b) $\exists G, H \subseteq G: |E(H)| > |E(\overline{G[V(H)]})|$



3 is groter dan 0, dus klopt

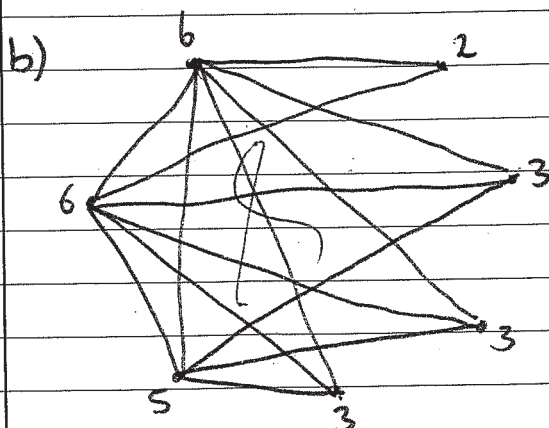
3 a) neem $u, v \in G$ zodat ze in verschillende complementen zitten dan zijn ze in $\overline{G}$ connected, omdat er geen $\langle u, v \rangle$ bestaat als ze in hetzelfde complement zitten neem dan $w \in G$ in een ander complement en u, v in hetzelfde complement. Dan zijn u en v allebei met w verbonden in $\overline{G}$ en dus via w met elkaar, dus $\overline{G}$ is connected



dus allebei connected

4 a) $(7, 6, 5, 4, 3, 3, 2)$ een degree van 7 kan niet als je $(5, 4, 3, 2, 2, 1)$ maar 7 knopen hebt, dan is de maximum degree 6, dus niet grafisch
 $(3, 2, 1, 1, 0)$ dus grafisch
 $(0, 0, 0, 0)$ dus grafisch

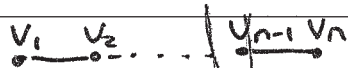
$(6, 6, 5, 4, 3, 3, 2)$
 $(5, 4, 3, 2, 2, 1)$
 $(3, 2, 1, 1, 0)$
 $(1, 0, 0, 0)$ dus niet grafisch



5 a) de afstand van v_i naar v_j na $t+1$ iteraties wordt het minimum van de verzameling van alle knopen die buien zijn van v_i , de afstand van v_i naar v_k opgeteld bij het resultaat na t iteraties van v_k naar v_j

dus de afstand van v_i naar v_j wordt geupdate omdat er nu $t+1$ stappen genomen mogen worden, er wordt gekeken naar alle buien van v_i en hun afstand tot v_j en de gere met de minimale afstand wordt gekozen

b) stel er zijn in totaal n vertices
je mag elke iteratie een stap verder kijken, in het slechtste geval zijn de knopen in een lijn



dan zijn er dus $n-1$ iteraties nodig om überhaupt v_n van v_1 naar v_n te komen

Deel 2

6 a) de knopen van de graaf waarvoor de eccentriciteit gelijk is aan de minimale eccentriciteit van die graaf
$$e(u) = \max \{ d(u, v) \mid v \in V(G) \}$$

2

dus als je alle kortste paden vanuit u naar alle andere knopen neemt, dan is $e(u)$ de lengte van het langste pad van die paden

b) een graaf is in balance als twee mensen die elkaar mogen iemond anders allebei niet mogen of allebei aardig vinden en als er geen cycles zijn met oneven aantal dislikes (" - ")

2

c) de minimale afstand tussen twee knopen, deze wordt berekend door bij een weighted graph de afstanden op te tellen en bij een simpele graaf het aantal edges te tellen

2

d) de diameter van een graaf is het ^{kortste} langste pad tussen twee knopen uit de graaf
$$\text{diam}(G) = \max \{ d(u, v) \mid u, v \in G \}$$

2

7 a) de diameter van ~~de~~ een graaf is gelijk aan het maximale kortste pad van twee knopen, in een tree is er maar een pad tussen twee knopen, ^{de lengte van} dus het langste pad moet wel gelijk zijn aan de ~~lange~~ diameter

b)



het langste pad is 2, terwijl de kortste paden van een knoop naar een andere 1 is, dus is de diameter 1, dus de lengte is niet gelijk aan elkaar



Naam en voorletters: Tessa vld Ems

Vak: Graven in graven

Studentnummer: 1920014

Datum: 24/03/11 Jaar van 1e inschrijving: 2009 Studierichting: BWI/I

Cijfer:

8 a) ~~Plot~~ totaal aantal edges mogelijk: $\frac{n(n-1)}{2} = \binom{n}{2}$

hieraan elk met kans p gekozen
 dus verwachte aantal edges is $p \cdot \frac{n(n-1)}{2}$

b) $\sum_{v \in V(G)} \delta(v) = 2|E(G)|$ $ER(n, p) = V(G)$

$$\sum_{v \in V(G)} \delta(v) = 2 \cdot p \cdot \frac{n(n-1)}{2}$$

$$\sum_{v \in V(G)} \delta(v) = p \cdot n(n-1)$$

aangezien
 ze allemaal
 dezelfde
 kans
 hebben

$$n \cdot \delta = p \cdot n(n-1)$$

$$\delta = p(n-1)$$

9 2 @ 4: node 4 ~~is~~ $\rightarrow$ node 20 want $2 < 9$
 node 20 $\rightarrow$ node 28 want $2 > 28$ $2 < 4$
 node 28 $\rightarrow$ node 1 want $2 > 1$
 node 1 $\rightarrow$

key 2 zit in het gedeelte van node 4 dus wordt direct
 naar 2 gestuurd

4 @ 4 is al op de goede node

15 @ 14 node 14 $\rightarrow$ node 18 want $1 > 14$ $1 < 18$
 vanuit 18 naar 15

19 @ 14 node 14 $\rightarrow$ node 20
 vanuit 20 naar 19

2@21 node 21 → node 9
node 9 → node 28
node 28 → node 4
vanuit 4 naar 2

20@21 node 21 → node 9
node 9 → node 28
node 28 → node 14
node 14 → node

2@4 zit al in de goede node, ^(niet tabel)
4 → 2 (nog doorsturen naar 2)

4@4 zit al in de goede node

15@14 doorsturen naar 10
zit in de ring van 10 dus
vanuit 10 naar 15

19@14 doorsturen naar 10
nog niet in goede tabel
doorsturen naar 20
in goede tabel
vanuit 20 naar 19

2@21 doorsturen naar 1
nog niet in goede tabel
doorsturen naar 4
in goede tabel
vanuit 4 naar 2

20@21 doorsturen naar 9
nog niet in goede tabel
doorsturen naar 10
doorsturen naar 20
zit al op goede node

$$10 \quad \varepsilon(u) = \max \{ d(u, v) \mid v \in V(G) \}$$

$$cc(u) = \frac{2m_u}{n_u(n_u - 1)}$$

$$n_u(n_u - 1)$$

$$cc(G) = \max \{ cc(u) \}$$

	ε	E	CC	closeness
V_0	5	7	0	$1/31$
V_1	5	9	0	$1/40$
V_2	3	7	0	$1/28$
V_3	1	7	0	$1/33$
V_4	6	8	0	$1/40$
V_5	4	6	0	$1/28$
V_6	5	9	0	$1/36$
V_7	7	7	0	$1/36$

Startpunkt V_0

	V_0	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6	V_7	closeness total:
V_0	—	5	3	1	6	4	5	7	31
V_1	5	—	2	6	8	3	9	7	40
V_2	3	2	—	4	6	1	7	5	28
V_3	1	6	4	—	7	5	4	6	33
V_4	6	8	6	7	—	5	3	5	40
V_5	4	3	1	5	5	—	6	4	28
V_6	5	9	7	4	3	6	—	2	36
V_7	7	7	5	6	5	4	2	—	36

CC:

$$V_1, V_7 \quad n_u = 2 \quad cc = 0$$

$$m_u = 0$$

$$V_0, V_4 \quad n_u = 3 \quad cc = 0$$

$$m_u = 0$$

$$V_2, V_3, V_5, V_6 \quad n_u = 3$$

$$m_u = 0$$

Center(G): V_5 (kleinste E)

et

maximal closeness: V_2, V_5

(siehe tabel)

$$\begin{aligned}
 11 \quad \text{Prenk}(A) &= 0,2 \text{Prenk}(B) + 0 \cdot \text{Prenk}(C) \\
 \text{Prenk}(B) &= \frac{1}{3} \text{Prenk}(A) + \text{Prenk}(C) \\
 \text{Prenk}(C) &= \frac{2}{3} \text{Prenk}(A) + \frac{4}{5} \text{Prenk}(B)
 \end{aligned}$$

$$① \quad x = 0,2y$$

$$② \quad y = \frac{1}{3}x + z$$

$$③ \quad z = \frac{2}{3}x + \frac{4}{5}y$$

$$④ \quad \text{verdas willen we: } \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = 1$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1$$

$$\begin{aligned}
 ②: ① \quad y &= \frac{1}{3}(\frac{2}{5}y) + z \\
 y &= \frac{1}{15}y + z \\
 \frac{14}{15}y &= z \\
 \text{---}
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
 14 \times 14 \\
 140 \quad 28 \quad + 28 \\
 168 \quad + 28 \\
 196 \\
 150
 \end{array}$$

$$④ \quad (0,2y)^2 + y^2 + (\frac{14}{15}y)^2 = 1$$

$$\frac{1}{15}y^2 + y^2 + \frac{196}{225}y^2 = 1$$

$$\frac{15y^2 + 225y^2 + 196y^2}{225} = 1$$

$$\begin{array}{r}
 18 \times 18 \\
 225 \\
 15 \\
 \hline
 240 \\
 196 \\
 \hline
 436 \\
 109 \quad 2 \\
 218 \quad 2 \\
 109
 \end{array}$$

$$(15 + 225 + 196)y^2 = 225$$

$$436y^2 = 225$$

$$y^2 = \frac{225}{436} \quad y = \sqrt{\frac{225}{436}} = \frac{15}{\sqrt{436}} = \frac{15}{2\sqrt{109}}$$

$$x = \frac{2}{5} \cdot \frac{15}{2\sqrt{109}} = \frac{3}{\sqrt{109}}$$

$$\frac{4}{5} \cdot \frac{15}{2} = 2 \cdot 3$$

$$z = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{\sqrt{109}} + \frac{4}{5} \cdot \frac{15}{2\sqrt{109}} = \frac{1}{\sqrt{109}} + \frac{6}{\sqrt{109}} = \frac{7}{\sqrt{109}}$$