

Hertentamen Grafentheorie

31 maart 2015, 18:30-20:30 uur

- Dit tentamen bestaat uit 4 vragen en een werkblad.
- Het totale aantal punten is 36.
- Cijfer = $\frac{\text{Aantal punten}}{4} + 1$.
- Motiveer altijd je antwoord.
- Formulebladen, rekenmachines en andere hulpmiddelen zijn niet toegestaan.

1. Beschouw de volledig bipartiete graaf $K_{m,n}$ met $m, n \geq 1$.

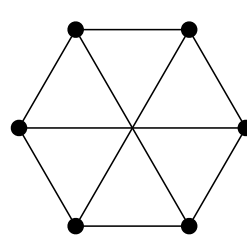
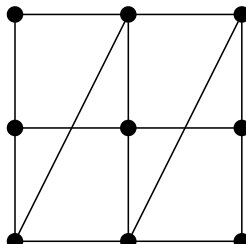
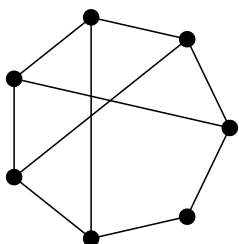
- [2 punten] Hoeveel lijnen bevat $K_{m,n}$?
- [3 punten] Hoeveel lijnen bevat de lijngraaf $L(K_{m,n})$?
- [3 punten] Laat $m, n \geq 2$ en zij v een punt in $K_{m,n}$ met graad m . Wat is het aantal verschillende circuits met lengte 4 in $K_{m,n}$ met begin- en eindpunt v ? En hoeveel verschillende circuits met begin- en eindpunt v bestaan er met lengte 5?
- [3 punten] Toon het volgende aan: als $m \neq n$, dan is $K_{m,n}$ geen Hamiltongraaf.

2. Onderstaande onderdelen hebben geen verband met elkaar.

- [3 punten] Bewijs m.b.v. volledige inductie dat $\chi(G) \leq \Delta(G) + 1$, waarbij $\chi(G)$ het kleurgetal en $\Delta(G)$ de maximumgraad is van de graaf G .
- [3 punten] Het is bekend dat voor een planaire graaf G met $m \geq 2$ lijnen geldt dat $f \leq \frac{2}{3}m$, waarbij f het aantal facetten van de graaf is.
Toon o.a. hiermee het volgende aan: er bestaat geen planaire 6-reguliere graaf G .
- [3 punten] Het is bekend dat voor een boom T met $n \geq 1$ punten geldt dat het aantal lijnen $n - 1$ is.
Bewijs nu het volgende: als G een graaf met $n \geq 1$ punten, $n - 1$ lijnen en zonder circuits is, dan is G een boom.
- [3 punten] Zij f een $s - t$ stroom en $\delta^+(U)$ een $s - t$ snede. Bewijs dat

$$\text{waarde}(f) = \sum_{a \in \delta^+(U)} f(a) - \sum_{a \in \delta^-(U)} f(a).$$

- [3 punten] Onderzoek welke van de volgende grafen bipartiet zijn.



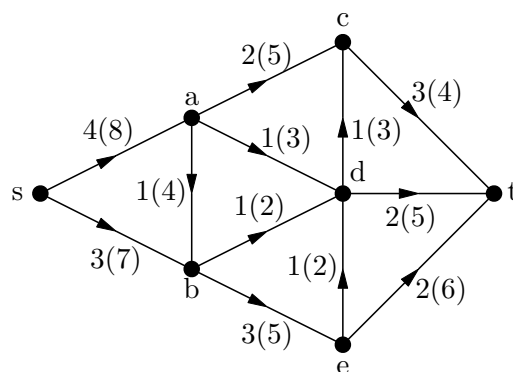
3. [4 punten] In de tabel hieronder geeft een ‘X’ aan dat desbetreffende klas les dient te krijgen van desbetreffende docent. Los dit schoolroosterprobleem op met zo min mogelijk verschillende lesuren in het rooster.

Geef duidelijk aan welke stappen je maakt. Je kunt hiervoor het bijgevoegde werkblad als hulpmiddel gebruiken. Lever dit dan uiteraard in.

NB: Alleen een optimale toewijzing volstaat niet als antwoord: het lijnkleuringsalgoritme voor bipartiete grafen moet tenminste één keer gebruikt worden.

Klas:	1	2	3	4	5	6
Docent: a	X	X		X	X	
b		X	X		X	X
c	X		X	X		X
d	X	X	X	X		
e		X	X		X	X
f	X			X	X	X

4. In de figuur hieronder staat een gerichte graaf. Op de pijlen is een beginstroom f_0 gegeven en staan de capaciteiten tussen haakjes.



- (a) [4 punten] Bepaal een maximum stroom $f_{\max}$ op basis van de gegeven beginstroom en onder de gegeven capaciteitsfunctie m.b.v. het maximum-stroom-algoritme. Je kunt hiervoor het bijgevoegde werkblad gebruiken.
- (b) [2 punten] Bepaal, eveneens m.b.v. het maximum-stroom-algoritme, een $s - t$ snede $\delta^+(U)$ met minimale capaciteit.

Werkblad Opgave 3

Naam:

Studentnummer:

Klas	1	2	3	4	5	6
Docent	a	...	...	...	...	
	b		...	...	...	...
	c	...		...	...	...
	d	...	...	...	...	
	e		...	...	...	...
	f	...			...	...

Klas	1	2	3	4	5	6
Docent	a	...	...	...	...	
	b		...	...	...	...
	c	...		...	...	...
	d	...	...	...	...	
	e		...	...	...	...
	f	...			...	...

Klas	1	2	3	4	5	6
Docent	a	...	...	...	...	
	b		...	...	...	...
	c	...		...	...	...
	d	...	...	...	...	
	e		...	...	...	...
	f	...			...	...

Klas	1	2	3	4	5	6
Docent	a	...	...	...	...	
	b		...	...	...	...
	c	...		...	...	...
	d	...	...	...	...	
	e		...	...	...	...
	f	...			...	...

Klas	1	2	3	4	5	6
Docent	a	...	...	...	...	
	b		...	...	...	...
	c	...		...	...	...
	d	...	...	...	...	
	e		...	...	...	...
	f	...			...	...

Klas	1	2	3	4	5	6
Docent	a	...	...	...	...	
	b		...	...	...	...
	c	...		...	...	...
	d	...	...	...	...	
	e		...	...	...	...
	f	...			...	...

Klas	1	2	3	4	5	6
Docent	a	...	...	...	...	
	b		...	...	...	...
	c	...		...	...	...
	d	...	...	...	...	
	e		...	...	...	...
	f	...			...	...

Klas	1	2	3	4	5	6
Docent	a	...	...	...	...	
	b		...	...	...	...
	c	...		...	...	...
	d	...	...	...	...	
	e		...	...	...	...
	f	...			...	...

Werkblad Opgave 4 De capaciteiten staan tussen haakjes.

Naam:
Studentnummer:

