

Tentamen Grafentheorie

29 januari 2015, 8:45-10:45 uur

- Dit tentamen bestaat uit 4 vragen en een werkblad.
- Het totale aantal punten is 36.
- Cijfer = $\frac{\text{Aantal punten}}{4} + 1$.
- Motiveer altijd je antwoord.
- Formulebladen, rekenmachines en andere hulpmiddelen zijn niet toegestaan.

1. Bekijk de volledige graaf K_n op $\{1, \dots, n\}$ met $n \geq 3$.

- [2 punten] Hoeveel lijnen bevat K_n ?
- [3 punten] Wat is het aantal verschillende circuits in K_n dat begint en eindigt in punt 1?
- [3 punten] Voor welke n is K_n een Euler-graaf?
- [3 punten] Hoeveel lijnen bevat de lijngraaf $L(K_n)$?

2. Onderstaande onderdelen hebben geen verband met elkaar.

- [3 punten] Zij T een boom met een punt van graad k . Bewijs dat T tenminste k punten heeft van graad 1.
- [3 punten] Bewijs m.b.v. de Eulerformule dat als G een planaire graaf is met n punten, m lijnen, f facetten en k componenten, dan geldt:

$$n + f = m + k + 1$$

- [3 punten] Bewijs dat als G een planaire graaf is dan is G 6-kleurbaar.
Aanwijzing: gebruik dat iedere niet-lege planaire graaf een punt heeft van graad ten hoogste 5.

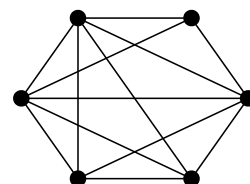
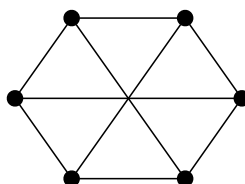
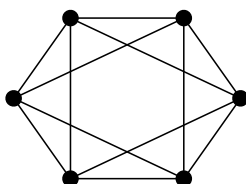
- [3 punten] Een *toernooi* op $n \geq 2$ punten is een gerichte graaf $D = (V, A)$ zo dat voor ieder paar punten u, v geldt: óf $(u, v) \in A$ óf $(v, u) \in A$, maar niet allebei.

Bewijs dat een toernooi op n punten een pad van lengte $n - 1$ bevat.

Aanwijzing: je kunt (hoeft niet) dit bewijzen m.b.v. inductie naar n .

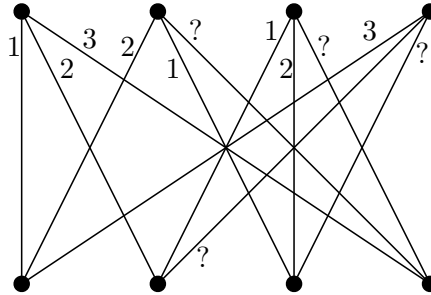
- [3 punten] Onderzoek welke van de volgende grafen planair zijn.

Aanwijzing: je mag hierbij gebruik maken van het feit dat van enkele grafen bekend is dat ze niet planair zijn.

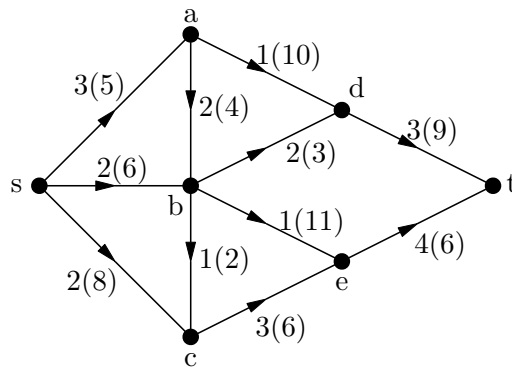


3. [4 punten] Hieronder staat een bipartiete graaf, waarvan enkele lijnen al gekleurd zijn. Pas het lijnkleuringsalgoritme voor bipartiete grafen toe op de gegeven beginkleuring om een kleuring te vinden met het minimale aantal kleuren.

Je kunt hiervoor het bijgevoegde werkblad gebruiken. Lever dit dan uiteraard in! Licht je stappen tevens duidelijk toe.



4. In de figuur hieronder staat een gerichte graaf. Op de pijlen is een beginstroom f_0 gegeven en staan de capaciteiten tussen haakjes.

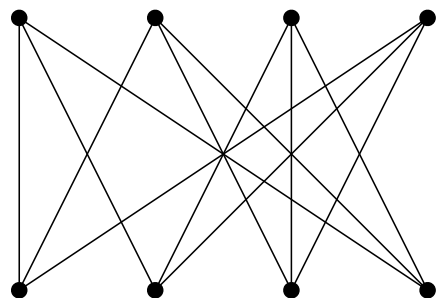
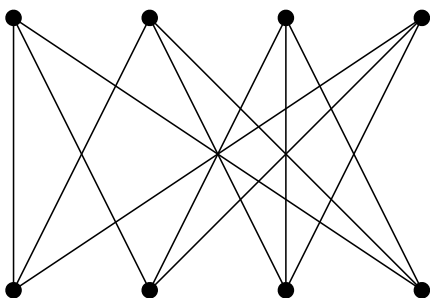
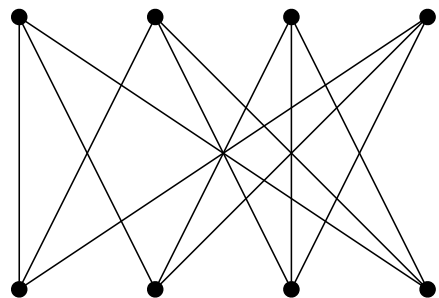
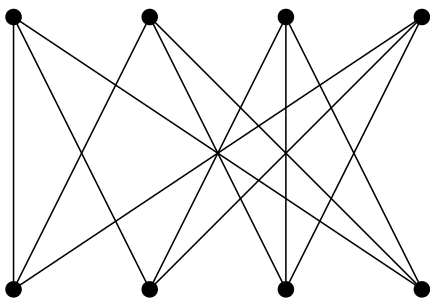
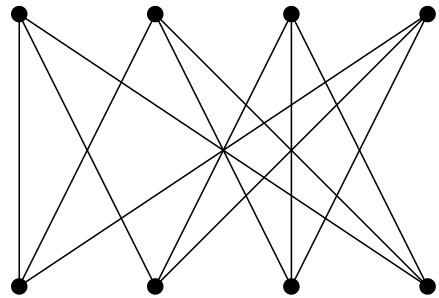
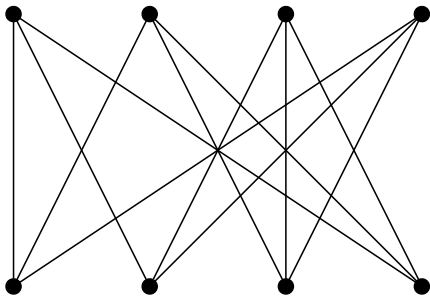
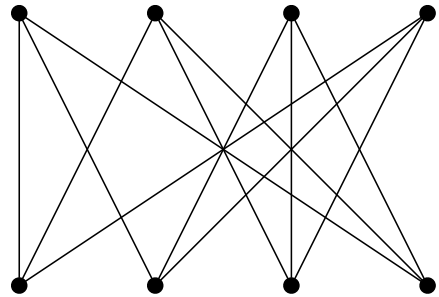
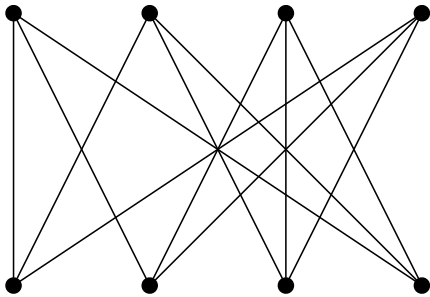


- (a) [4 punten] Bepaal een maximum stroom $f_{\max}$ op basis van de gegeven beginstroom en onder de gegeven capaciteitsfunctie m.b.v. het maximum-stroom-algoritme. Je kunt hiervoor het bijgevoegde werkblad gebruiken.
- (b) [2 punten] Bepaal, eveneens m.b.v. het maximum-stroom-algoritme, een $s - t$ snede $\delta^+(U)$ met minimale capaciteit.

Werkblad Opgave 3

Naam:

Studentnummer:



Werkblad Opgave 4 De capaciteiten staan tussen haakjes.

Naam:
Studentnummer:

