

1. Beschouw het beginwaardeprobleem

$$\dot{x} = x^{2/3}, \quad x(0) = -1.$$

Voor welke waarden van α zijn er oneindig veel oplossingen op het interval $[0, \alpha]$?

2. Beschouw de vergelijking

$$\dot{x} = x(1 - x^2) - hx, \quad x(0) = x_0, \quad h \in \mathbb{R}.$$

Wat is het bifurcatie diagram?

3. Beschouw de vergelijking op de cirkel

$$\dot{\phi} = \omega - \sin(\phi).$$

Bereken de formule voor de periode T .

4. Geef de klassifikatie van lineaire tijdsonafhankelijke vektorvelden in $\mathbb{R}^2$, d.w.z. vergelijkingen van de vorm

$$\dot{x} = Ax, \quad x \in \mathbb{R}^2,$$

in termen van spoor en determinant van A (het τ, Δ -plaatje). Geef aan voor welke waarden de lineaire stabiliteit overgedragen kan worden naar het niet-lineaire geval.

5. Laat zien dat in het stelsel

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -2x - y^2 \\ \dot{y} &= -y - x^2 \end{aligned}$$

de oorsprong asymptotisch stabiel is en geef een zo groot mogelijk attraktiegebied aan.

6. Formuleer en bewijs het criterium van Dulac.

7. Beschouw de vergelijking

$$\begin{aligned} \dot{\phi} &= x \\ \dot{x} &= \alpha - \sin(\phi) - \beta x, \quad \alpha, \beta \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

- a) Bepaal de evenwichtspunten (afhankelijk van de parameters).
b) Bewijs het bestaan van een periodieke oplossing voor $\alpha > 1$.

Normering:

1 : 10

2 : 12

3 : 12

4 : 12

5 : 12

6 : 12

7 : 20

$$\text{Eindcijfer} = \frac{\text{Totaal}}{10} + 1$$