



1. Beschouw de vergelijking

$$\dot{x} = \beta x - \frac{x}{1+x}, \quad \beta \in \mathbb{R}, \quad x \geq 0.$$

Wat is het bifurcatie diagram?

2. Geef de klassifikatie van lineaire tijdsonafhankelijke vektorvelden in $\mathbb{R}^2$, d.w.z. vergelijkingen van de vorm

$$\dot{x} = Ax, \quad x \in \mathbb{R}^2,$$

in termen van spoor en determinant van A (het τ, Δ -plaatje). Behandel ook de grensgevallen (spoor, determinant of discriminant nul) nauwkeurig.

3. Formuleer en bewijs het criterium van Dulac.
4. Geef een aantal criteria voor het bestaan van periodieke oplossingen van niet-lineaire differentiaalvergelijkingen in $\mathbb{R}^2$.
5. Beschouw de vergelijking

$$\ddot{\phi} + \alpha \dot{\phi} + \sin \phi = \beta, \quad \alpha, \beta \in \mathbb{R}.$$

Geef een (zo volledig mogelijke) beschrijving van de mogelijke evenwichtspunten en periodieke banen, met hun stabiliteit en bifurcaties.

Normering:

1 : 15

2 : 20

3 : 20

4 : 20

5 : 15

$$\text{Eindcijfer} = \frac{\text{Totaal}}{10} + 1$$