

1. Beschouw de differentiaalvergelijking

$$\dot{x} = x(a - b(x - c)^2),$$

waarin $a, b, c > 0$. Bepaal de evenwichtspunten en hun stabiliteit als functie van de parameters. Bepaal van eventuele bifurcaties het type en de normaalvorm.

2. Beschouw de differentiaalvergelijking op de cirkel

$$\ddot{\theta} + (1 + a \cos \theta)\dot{\theta} + \sin \theta = 0, \quad a \in \mathbb{R}.$$

Voor welke waarden van a heeft het stelsel een stabiele spiraal als evenwichtpunt? Kan het systeem voor deze waarden een periodieke oplossing bezitten?

3. Beschouw de differentiaalvergelijking

$$\begin{aligned}\dot{x} &= 1 - (b + 1)x + ax^2y \\ \dot{y} &= bx - ax^2y.\end{aligned}$$

Voor welke waarden van a en b zou een Hopfbifurcatie op kunnen treden? Laat, met behulp van de Poincaré-Bendixson stelling zien dat de bifurcatie inderdaad optreedt en bepaal zo goed mogelijk het parameterbereik waarvoor er een limietcykel aanwezig is.

Normering:

1 : 3

2 : 3

3 : 3

Eindcijfer = Totaal + 1