

1. Geef de klassifikatie van lineaire tijdsonafhankelijke vektorvelden in $\mathbb{R}^2$, d.w.z. vergelijkingen van de vorm

$$\dot{x} = Ax, \quad x \in \mathbb{R}^2,$$

in termen van spoor en determinant van A (het τ, Δ -plaatje). Behandel ook de grensgevallen (spoor, determinant of discriminant nul) nauwkeurig.

2. Beschouw de vergelijking

$$\dot{x} = rx - \frac{x^3}{1+x^2}, \quad r \in \mathbb{R}.$$

Wat is het bifurcatie diagram?

3. Formuleer de stelling van Poincaré-Bendixson en geef aan wat het verband is met het al dan niet bestaan van chaos.
4. Geef een aantal criteria voor het niet bestaan van periodieke oplossingen van niet-lineaire differentiaalvergelijkingen in $\mathbb{R}^2$.
5. Beschouw de Van der Pol-vergelijking

$$\ddot{x} + \mu(x^2 - 1)\dot{x} + x = 0.$$

Geef een analyse van het faseportret voor $\mu \gg 1$ (Hint: Neem $w = \dot{x} + \mu(\frac{1}{3}x^3 - x)$).

Normering:

1 : 20

2 : 20

3 : 15

4 : 15

5 : 20

$$\text{Eindcijfer} = \frac{\text{Totaal}}{10} + 1$$