

1. Los op, met $(x, y, z)(0) = (x_0, y_0, z_0)$,

$$\dot{x} = x + y + z$$

$$\dot{y} = -2y + t$$

$$\dot{z} = 2z + \sin t$$

2. Zij A een lineaire operator op $\mathbb{R}^n$.

Bewijs dat als alle eigenwaarden van A negatief reëel deel hebben, dat er dan constanten $k > 0$, $b > 0$ bestaan zo dat

$$\| e^{tA} x \| \leq k e^{-tb} \| x \| \quad , \quad x \in \mathbb{R}^n \quad .$$

3. a) Bepaal een strikte Lyapunov functie voor het evenwicht $(0,0)$ van de vergelijking

$$\dot{x} = -2x - y^2$$

$$\dot{y} = -y - x^2$$

- b) Bepaal een zo groot mogelijke $\delta > 0$, zo dat een open bol met straal δ en middelpunt $(0,0)$ bevat is in het basin van $(0,0)$.

Normering:

1: 9	2: 9	3a: 4
<u>9</u>	<u>9</u>	b: $\frac{5}{9}$

$$Eindcijfer = \frac{Som + 3}{3} .$$