

Opgave 1

- (a) Geef de definitie van een reguliere grammatica en van de taal gegenereerd door een reguliere grammatica. [5 pnt.]
- (b) Bewijs dat er voor elke reguliere grammatica een equivalente eindige automaat (nfa) bestaat. [10 pnt.]
- (c) Laat zien dat er voor elke reguliere taal die λ niet bevat een grammatica bestaat met alleen regels van de vorm

$$\begin{array}{l} A \rightarrow aB \\ \text{of} \quad A \rightarrow a \end{array}$$

(met $A, B \in V$ en $a \in T$) die de taal genereert. [10 pnt.]

Opgave 2

- (a) Laat zien dat de klasse van reguliere talen gesloten is onder de operatie complement. [5 pnt.]
- (b) Zij gegeven dat $L_1 \cup L_2$ een reguliere taal is. Bewijs of weerleg: [10 pnt.]
 - i) Als L_1 regulier is dan is L_2 regulier.
 - ii) Als L_1 eindig is dan is L_2 regulier.
- (c) Laat zien dat er een algoritme is om voor een paar reguliere talen (L_1, L_2) te bepalen of L_2 het complement is van L_1 . [10 pnt.]

Opgave 3

- (a) Formuleer het pomplemma voor context vrije talen. [5 pnt.]
- (b) Ga voor de volgende talen over het alfabet $\{a, b, c\}$ na of ze context vrij zijn (beargumenteer het antwoord). [20 pnt.]

$$\begin{aligned} L_1 &= \{a^n b^m c^k \mid m \leq k\} \\ L_2 &= \{w \mid \#a\text{'s in } w \leq \#b\text{'s in } w + \#c\text{'s in } w\} \\ L_3 &= L_1 \cap L_2 \end{aligned}$$

Opgave 4

- (a) Geef de definitie van een recursieve en een recursief opsombare taal. [5 pnt.]
- (b) Laat zien dat [10 pnt.]
 - i) Als L recursief is, dan is ook $\bar{L}$ recursief.
 - ii) Als L recursief opsombaar is en $\bar{L}$ recursief opsombaar is dan zijn beide recursief.
- (c) Laat zien dat de klasse van Turing berekenbare functies van $\mathbb{N}$ naar $\mathbb{N}$ strict bevat is in de klasse van alle functies van $\mathbb{N}$ naar $\mathbb{N}$. [10 pnt.]

Het tentamencijfer is gelijk aan het tiende deel van het aantal behaalde punten.