

- (1) Dit tentamen bestaat uit twaalf vraagstukken.
- (2) Voor vraagstukken 7b en 9 kun je gebruik maken van het aparte antwoordblad. **Als je dit doet schrijf je naam op het blad en lever het in.**
- (3) Boeken, aantekeningen, rekenmachines, enz., mogen niet gebruikt worden.
- (4) Geef toelichtingen en redeneringen voor je antwoorden.

Vraagstuk 1

- (a) Hoeveel verschillende “woorden” kun je vormen door de letters te herschikken in het woord “VEEGTENTAMEN”? Geef dit aantal als een uitdrukking in faculteiten en leg de formule uit maar bereken het aantal niet als expliciet getal.
- (b) (i) Hoeveel 3-tuples (x_1, x_2, x_3) van niet-negatieve gehele getallen zijn er die voldoen aan $x_1 + x_2 + x_3 = 9$?
(ii) Voor hoeveel van die 3-tuples zijn x_1 , x_2 en x_3 allemaal verschillend?

Vraagstuk 2

Een kleine fabriek produceert elke werkdag 2, 3 of 5 stoelen. Neem aan dat een jaar 52 weken heeft, en dat elke week vijf werkdagen telt. Laat zien dat er elk jaar tenminste vier weken zijn zo dat in elke van die vier weken hetzelfde totale aantal stoelen wordt geproduceerd. (Hint: bepaal eerst hoeveel stoelen er in totaal gemaakt kunnen worden gedurende vijf werkdagen.)

Vraagstuk 3

Een bedrijf moet werkruimte aan zes verschillende werknemers $(1, \dots, 6)$ geven. De volgende paren werknemers kunnen echter niet met elkaar opschieten en moeten daarom geen kamer delen: $\{1, 5\}$, $\{2, 3\}$, $\{2, 4\}$, $\{2, 5\}$, $\{2, 6\}$, $\{3, 4\}$, $\{3, 6\}$.

- (a) Hoeveel kamers zijn er tenminste nodig?
- (b) Als er maximaal twee werknemers samen op een kamer kunnen, bestaat er dan een oplossing voor dit probleem met dit kleinste mogelijke aantal kamers?

Vraagstuk 4

- (a) Los de recurrente betrekking $a_n = 2a_{n-1} - a_{n-2} + 2$ ($n \geq 2$) met $a_0 = 6$ en $a_1 = 2$ op.
- (b) Gebruik je antwoord om a_{40} te berekenen.

Vraagstuk 5

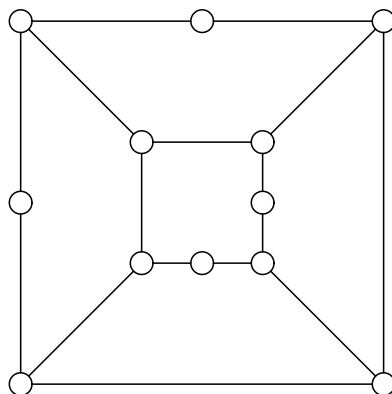
De genererende functie $G(x)$ voldoet aan $(x+2)G(x) = x^2G(x) + 2$. Geef de coëfficiënt van x^k ($k \geq 0$) in $G(x)$ als functie van k .

Vraagstuk 6

Hoeveel van de gehele getallen $1, \dots, 10000$ zijn niet deelbaar door 10, niet deelbaar door 11 en ook niet deelbaar door 12?

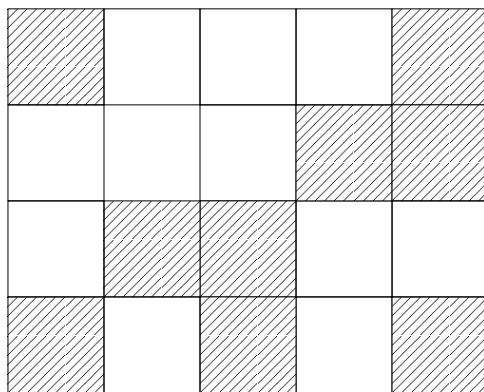
Vraagstuk 7

- (a) We verwijderen vijf lijnen uit de volledige graaf op zes punten, K_6 , en krijgen dan een graaf G .
- Wat is het grootste aantal samenhangscomponenten dat G kan hebben?
 - Laat zien dat G een circuit met lengte 3 bevat.
- (b) Heeft de volgende graaf een Hamiltoncircuit ('Hamiltonian circuit')? Geef zo'n circuit of beredeneer waarom het niet bestaat.



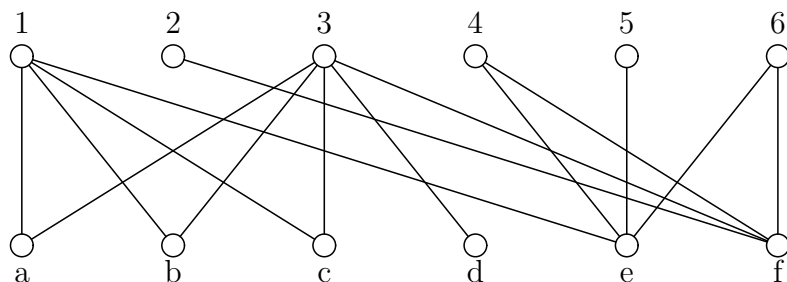
Vraagstuk 8

Gebruik de reductiemethode uit het college om de torenveelterm van het volgende bord te berekenen. (Het bord bestaat uit de gearceerde velden.)



Vraagstuk 9

Zij $G = (X, Y, E)$ met $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ and $Y = \{a, b, c, d, e, f\}$ onderstaande tweedelingsgraaf. Pas het behandelde algoritme toe om een maximumtoewijzing te vinden, beginnend met de toewijzing bestaande uit $\{1, c\}$ en $\{6, f\}$. Wat is $\delta(G)$? Geef ook een expliciete deelverzameling S van X die $\delta(G)$ realiseert, en een minimumoverdekking van G .



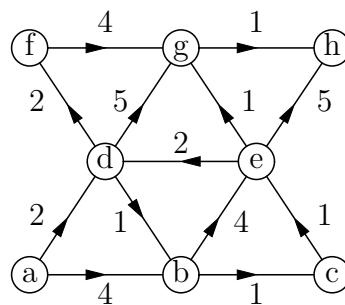
Vraagstuk 10

In de volgende matrix staat de prijs r_{ij} van aannemer i voor klus j . Gebruik het Hongaarse algoritme om een optimale (d.w.z. met laagste totaalprijs) verdeling van klussen over aannemers te vinden.

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & 5 & 5 \\ 2 & 5 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 7 & 5 \\ 2 & 3 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

Vraagstuk 11

Gebruik het algoritme van Dijkstra om een kortste pad te vinden van punt a naar punt h in het volgende gerichte netwerk.



Vraagstuk 12

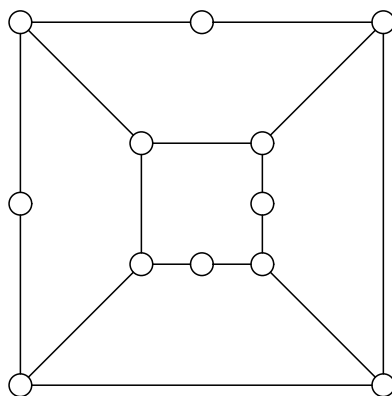
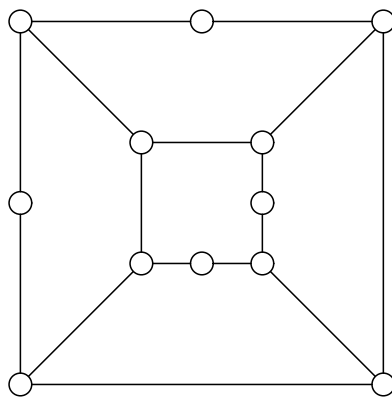
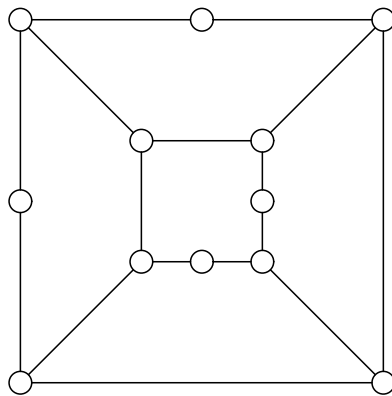
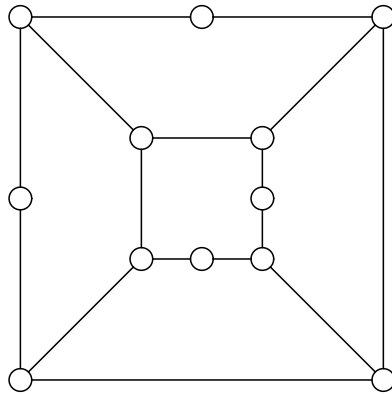
Gegeven zijn de volgende voorkeurslijsten voor vier mannen en vier vrouwen. Vind een stabiele koppeling door het Gale-Shapley algoritme toe te passen waarbij de mannen de aanzoeken doen.

m_1	m_2	m_3	m_4	w_1	w_2	w_3	w_4
w_1	w_4	w_4	w_4	m_2	m_1	m_1	m_1
w_3	w_3	w_3	w_2	m_3	m_2	m_4	m_4
w_2	w_1	w_1	w_1	m_4	m_4	m_2	m_3
w_4	w_2	w_2	w_3	m_1	m_3	m_3	m_2

Punten																							
1a	3	2	7	3a	4	4a	7	5	3	6	7	7a	10	8	9	9	8	10	6	11	7	12	6
1b	6			3b	2	4b	1					7b	4										
	9		7		6		8		3		7		14		9		8		6		7		6
Maximum score = 90												Cijfer = 1 + score/10											

Naam:

Vraagstuk 7b



Vraagstuk 9

