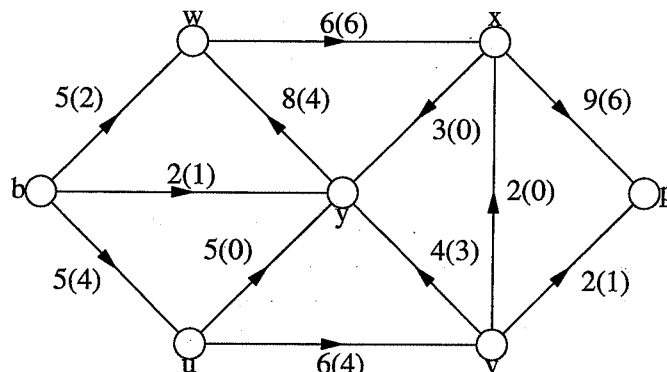


Discrete Wiskunde Voortentamen 23-10-07

Tentamenduur: 3 uur. Vergeet het aparte multiple choice gedeelte niet.

1. Stromen in netwerken

- (a) Algemene kennis.
- (i) Wat is een *sne* tussen bron en put?
 - (ii) Wat verstaat men onder de hoeveelheid *stroom* over een *sne* en onder de *capaciteit* van een *sne*?
- (b) Formuleer de *Stelling van Ford en Fulkerson* over maximum stromen in een netwerk.
- (c) Formuleer de *geheeltallige max-stroom-min-sne* stelling.
- (d) Verhoog (indien mogelijk) met het labelalgoritme de stroom in het volgende netwerk tot een maximum stroom. Geef de bijhorende maximum stroomsterkte en de minimum sne. Werk methodisch.



Figuur bij Opgave 1: netwerk met stroom

N.B.: de figuur is ook op een apart blad achteraan geprint, zodat je ze niet hoeft over te tekenen. Lever dan dit blad mee in.

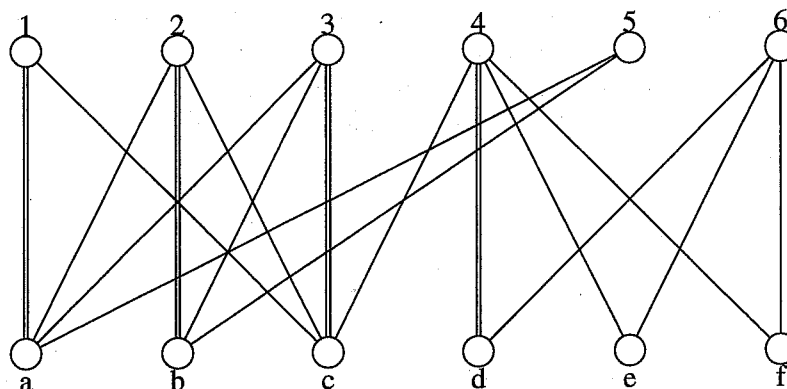
2. Koppelingen en het koppelspeel

- (a) Algemene kennis. Gegeven is een graaf $G := (V, E)$.
- (i) Wat is een *maximum koppeling* F in G ?
 - (ii) Wat is een *volledige koppeling* F in G ?
 - (iii) Wat bedoelt men precies met een F -*vergroten* *wisselpad* in G , waar F een koppeling is?
- (b) Formuleer de *stelling van Berge-Petersen* die over het onderwerp (a)(iii) handelt.
- (c) Twee spelers kiezen om beurt een nieuw punt in een graaf $G := (V, E)$. Na het eerste punt dient elk punt zó gekozen te worden, dat het verbonden is met het vorige gekozen punt. Degene die geen punt meer kan kiezen, verliest.
- (i) Aan welke voorwaarde(n) moet G voldoen zó dat de beginnende speler een strategie heeft die winst verzekert? Leg deze strategie uit, en argumenteer dat het een winnende strategie is.
 - (ii) Aan welke voorwaarde(n) moet G voldoen zó dat de tweede speler een strategie heeft die winst verzekert? Leg deze strategie uit, en argumenteer dat het een winnende strategie is.
- (d) Iemand produceert in een graaf twee disjuncte koppelingen F_1 en F_2 van respectievelijke grootte 23 en 11. Leg uit waarom er ook twee disjuncte koppelingen kunnen gemaakt worden die elk van groot-

te 17 zijn.

3. Toewijzingen in een tweedelingsgraaf $G := (V_1, V_2; E)$

- (a) Algemene kennis.
- (i) Wat bedoelt men met een *toewijzing* van een verzameling $W \subseteq V_1$ in V_2 ?
 - (ii) Wat bedoelt men met een *burentekort* in G ? N.B.: dit is een getal.
 - (iii) Wat is een *overdekking* van G ?
- (b) Formuleer de *Stelling van Hall* over toewijzingen in een tweedelingsgraaf G .
- (c) Wat verstaat men onder de *Hongaarse Methode*? Geef een beknopte beschrijving van deze algoritme.
- (d) Zoek met bovengenoemde methode een maximum toewijzing van $V_1 := \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ in $V_2 := \{a, b, c, d, e, f\}$ in volgende graaf. Begin met de koppeling F , bestaande uit $1a, 2b, 3c, 4d$.



Figuur bij Opgave 3: toewijzing

- (e) Geef het burentekort (0 of meer), geef de bijhorende "flessenhals" verzameling $W^* \subseteq V_1$, en construeer uit dit gegeven een minimum overdekking van G .
N.B.: de figuur is ook op een apart blad geprint, zodat je ze niet hoeft over te tekenen. Lever dan dit blad mee in.

Normering:

1	a	5	2	a	5	3	a	3	MC	22
	b	5		b	6		b	4		
	c	5		c	8		c	4		
	d	7		d	4		d	6		
							e	6		
		22			23			23		

Totaal = 90, Cijfer = Totaal/10 + 1

Voor het Multiple-choice gedeelte geldt: -4 ptn per fout antwoord.

Naam:

Studierichting en jaar:

23-10-07

4. Multiple-choice gedeelte

- Dit blad moet in het tentamen formulier worden ingeleverd.
- In dit multiple-choice gedeelte is er per vraag precies één alternatief juist en volledig.
- Lees de mogelijke antwoorden zorgvuldig.

4.1. Een graaf G is een Euler graaf als

- o G een open wandeling bevat die elk punt precies één keer aandoet.
- o G een open wandeling bevat die elke lijn precies één keer aandoet.
- o G een gesloten wandeling bevat die elk punt precies één keer aandoet.
- o G een gesloten wandeling bevat die elke lijn precies één keer aandoet.

4.2. Het Handelsreizigersprobleem is

- o het probleem om in een gewogen graaf een minimum gewicht Hamilton cykel te vinden.
- o het probleem om in een volledige gewogen graaf een minimum gewicht Hamilton cykel te vinden.
- o het probleem om in een gewogen graaf een minimum gewicht gesloten wandeling te vinden die elke lijn tenminste één keer aandoet.
- o het probleem om in een gewogen graaf een minimum gewicht open wandeling te vinden die langs alle punten komt.

4.3. Onder een centraal punt van een boom verstaat men

- o Een punt van de boom dat even ver van alle eindpunten ligt.
- o Een punt met takken van maximum lengte.
- o Een punt waarvan de langste tak de kortste is onder alle punten.
- o Het zwaartepunt van de boom bij een gegeven toekenning van gewichten aan de lijnen.

5. Met het Dijkstra algoritme construeert men

- o een minimale toewijzing in een gewogen graaf.
- o een kortste-padenboom in een gewogen graaf.
- o een gerichte Euler toer in een gerichte Euler graaf.
- o een minimale rondwandeling in een afstandsgraaf.

5.1. Het optimale-toewijzingen probleem in een gewogen tweedelingsgraaf G heeft betrekking tot:

- o Het toewijzen van een snede van G met minimaal gewicht.
- o Het vinden van een volledige koppeling (toewijzing) in G van minimum gewicht.
- o Het vinden van een vergrotend wisselpad van minimum gewicht.
- o Het bepalen van een minimum-gewicht overdekking van G .

5.2. De stelling van König-Egerváry zegt:

- o In een graaf is de grootte van een minimumoverdekking gelijk aan de grootte van een maximumtoewijzing.
- o In een tweedelingsgraaf is de grootte van een minimumoverdekking gelijk aan de grootte van een maximumtoewijzing.
- o In een graaf is het lijnkleuringsgetal gelijk aan de maximumgraad.
- o In een tweedelingsgraaf is het lijnkleuringsgetal gelijk aan de grootte van een minimumoverdekking.

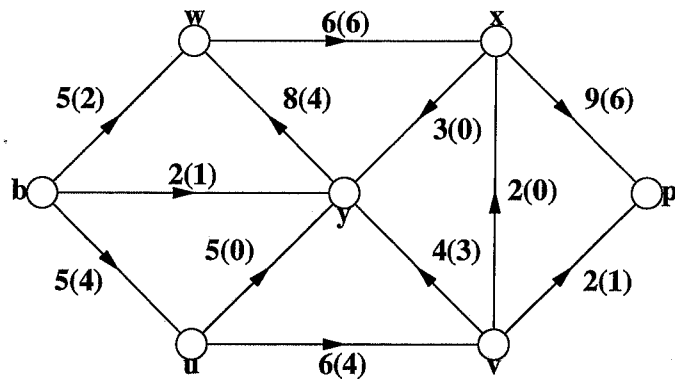
5.3. Het lijnkleuringsgetal van een graaf is

- o het maximale aantal kleuren van een nette lijnkleuring dat in één punt kan samenkomen.
 - o het grootste aantal lijnen dat dezelfde kleur kan krijgen in een nette lijnkleuring.
 - o het minimale aantal kleuren waarmee de lijnen van de graaf netjes kunnen worden gekleurd.
 - o het aantal verschillende mogelijkheden om de lijnen van de graaf netjes te kleuren.
-

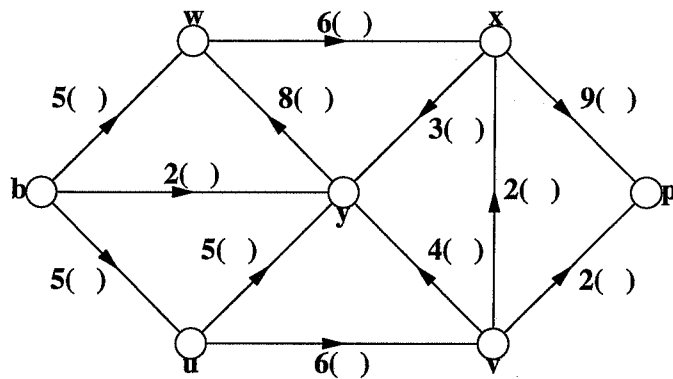
Naam:

Studierichting en jaar:

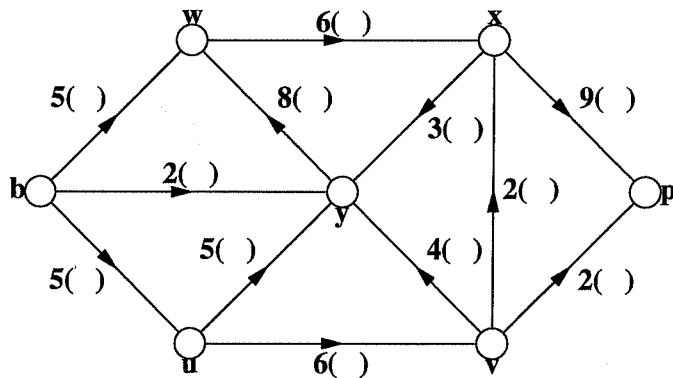
23-10-07



Figuur bij Opgave 1: netwerk met stroom



Figuur bij Opgave 1: netwerk met stroom

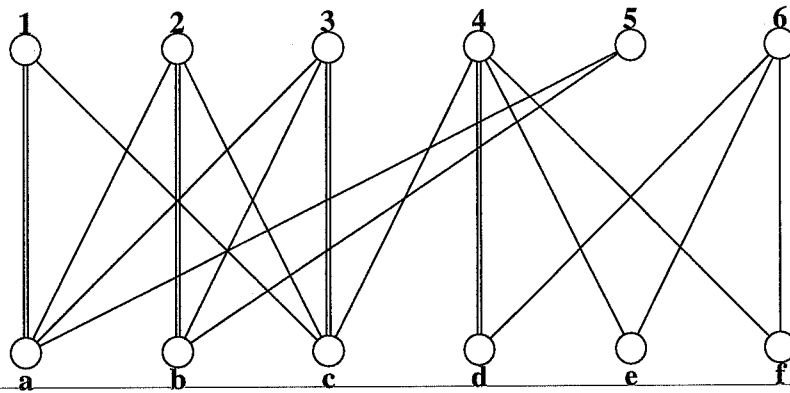


Figuur bij Opgave 1: netwerk met stroom

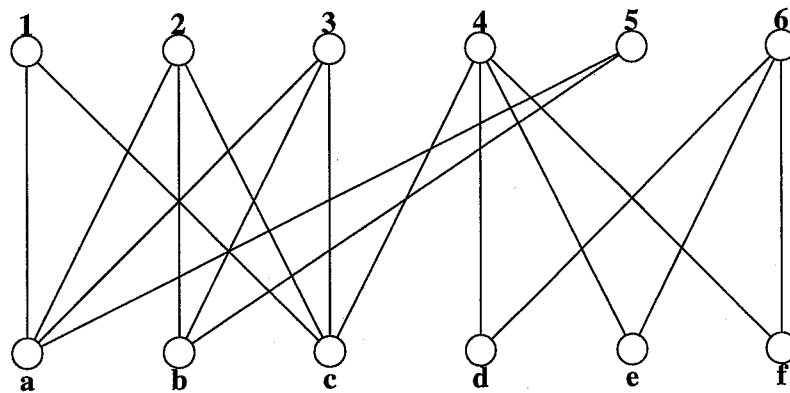
Naam:

Studierichting en jaar:

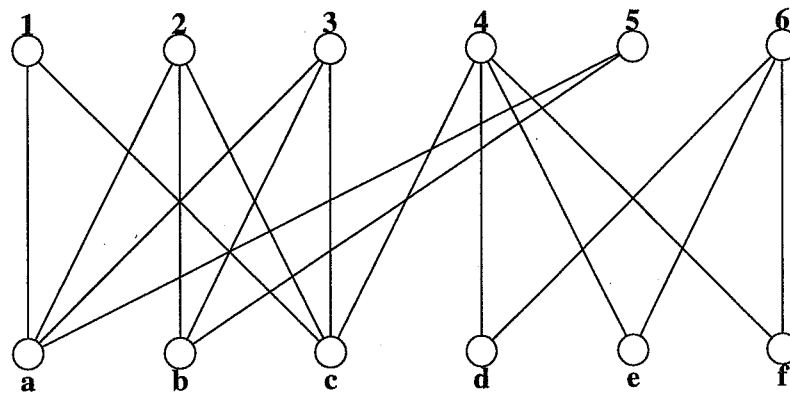
23-10-07



Figuur bij Opgave 3: toewijzing



Figuur bij Opgave 3: maximum toewijzing



Figuur bij Opgave 3: maximum toewijzing