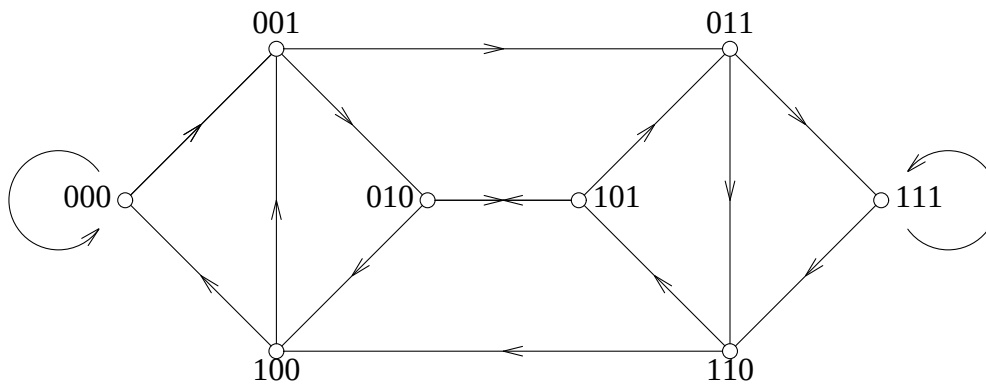


Voortentamen Discrete Wiskunde 29-03-01

Vergeet het aparte multiple choice gedeelte niet.

1. Gerichte Euler grafen

- Wat is een *gerichte Euler toer*, en wat is een *gerichte Euler graaf*?
- Formuleer de *Stelling van Euler* met betrekking tot gerichte grafen.
- Formuleer de *algoritme van Fleury* voor het vinden van een gerichte Euler toer in een gerichte graaf.
- Pas deze algoritme toe om een Euler toer te vinden in volgende gerichte graaf.



Figuur: gerichte De Bruijn graaf van orde 3

N.B.: Op de achterzijde van het blaadje met multiple choice vragen staat de De Bruijn graaf nog eens getekend. Je kan die figuur eventueel gebruiken bij je antwoord.

2. Het Handelsreizigersprobleem

- Leg uit wat men bedoelt met het *Handelsreizigersprobleem* in een gewogen graaf.
- Wat bedoelt men met de *afstandsgraaf* van een gewogen samenhangende graaf?
- Er is een algoritme waarmee men het handelsreizigersprobleem in een gewogen graaf of in een afstandsgraaf bij benadering kan oplossen. In de basisstap van deze algoritme wordt geprobeerd een Hamilton cykel te verbeteren. Leg uit hoe deze stap werkt.

d)

	A	B	C	D	E	
A	0	4	5	4	5	Ga uit van de hiernaast gegeven gewichtenmatrix en van de cykel $A B C D E A$. Zoek met de algoritme uit c) naar een verbetering van de cykel, net zo lang tot de methode geen verbetering meer oplevert. Geef de gevonden cykel en zijn gewicht.
B	4	0	8	3	9	
C	5	8	0	9	3	
D	4	3	9	0	9	
E	5	9	3	9	0	

3. Toewijzingen in een tweedelingsgraaf $(V_1, V_2; E)$

- a) Wat bedoelt men met een *toewijzing* van een verzameling $W \subseteq V_1$ in V_2 ?
- b) Formuleer de *Stelling van Hall* over toewijzingen in een tweedelingsgraaf. Wat bedoelt men met *burentekort* en hoe kun je de Stelling van Hall aanpassen ingeval van burentekort?
- c) Geef een beknopte beschrijving van de *Hongaarse Methode* voor het vinden van een maximum toewijzing.

d)

1	1	0	0	0	Zoek met bovengenoemde methode een maximum toewijzing in de tweedelingsgraaf met de hiernaast gegeven 5×5 incidentiematrix. De punten van deze graaf zijn $r_1, \dots, r_5$ (rijen) en $k_1, \dots, k_5$ (kolommen).
1	1	0	0	1	
1	1	0	0	1	
1	0	1	1	0	
0	1	0	0	1	

Begin met de koppeling F , bestaande uit $r_1-k_2, r_2-k_5, r_3-k_1, r_4-k_4$. Bepaal *systematisch* het burentekort en de bijhorende "flessehals" $W^* \subseteq \{r_1, \dots, r_5\}$.

NORMERING:

1a:	2	2a:	2	3a:	1
1b:	2	2b:	2	3b:	2
1c:	3	2c:	3	3c:	3
1d:	<u>5</u>	2d:	<u>5</u>	3d:	<u>5</u>
	12		12		11

Voor het Multiple-choice gedeelte geldt:

Aantal punten = 2 * aantal goede antwoorden

$$\text{CIJFER} = \frac{\text{SOM}}{5} + 1$$

- Dit blad moet in het tentamen formulier worden ingeleverd.
- In dit multiple-choice gedeelte is er per vraag precies één alternatief juist en volledig.

4. Een graaf $G = (V, E)$ is een boom als

- o tussen elke twee punten een kortste pad bestaat.
- o $|V| = |E| + 1$ en G een wortel heeft.
- o G geen cycli heeft en door toevoegen van een lijn een cykel ontstaat.
- o G samenhangend is en punten van graad 1 (dwz: eindpunten) heeft.

5. Met de Dijkstra algoritme construeert men

- o een minimale toewijzing in een gewogen graaf.
- o een minimale padenboom in een gewogen graaf.
- o een maximale stroom in een netwerk.
- o een minimale rondwandeling in een afstandsgraaf.

6. De geheeltallige stroomstelling stelt dat in een netwerk met geheeltallige capaciteiten en met een bron en put

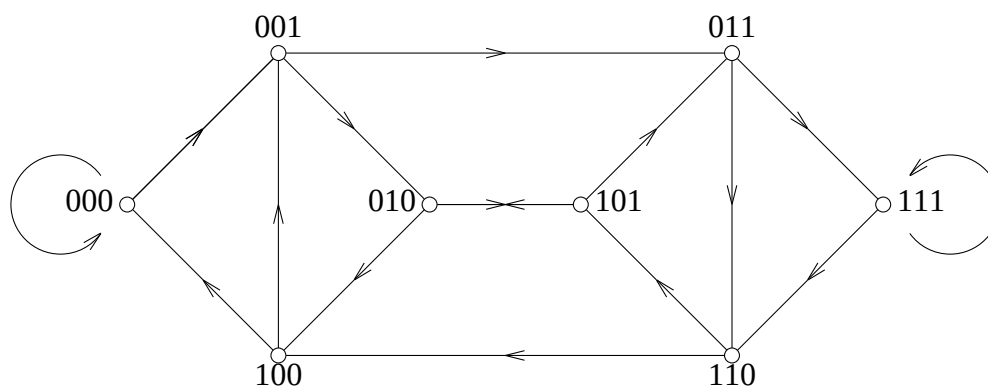
- o er een maximum stroom bestaat die geheeltallig is.
- o uitsluitend geheeltallige stroomsterktes kunnen optreden.
- o elke stroom die niet geheeltallig is kan worden verhoogd tot een geheeltallige stroom.
- o de stroomsterkte van iedere maximum stroom geheeltallig is.

7. Een koppeling in een graaf $G = (V, E)$ is gedefinieerd als

- o een maximale samenhangende deelgraaf F van G .
- o een verzameling F van extra lijnen zo dat alle componenten van G onderling verbonden worden ("gekoppeld") door lijnen uit F .
- o een deelverzameling F van lijnen in E zo dat geen vergrotend F -wisselpad bestaat in G .
- o een deelverzameling F van lijnen in E zodat geen twee lijnen uit F een uiteinde gemeen hebben.

8. Het lijnkleuringsgetal van een graaf is

- o het maximale aantal kleuren waarmee de lijnen van de graaf netjes kunnen worden gekleurd.
- o het minimale aantal kleuren waarmee de lijnen van de graaf netjes kunnen worden gekleurd.
- o het aantal volledige koppelingen (= nette kleuren) waarin de lijnen van de graaf kunnen worden opgedeeld.
- o het grootste aantal lijnen dat dezelfde kleur kan krijgen in een nette lijnkleuring.



Figuur: gerichte De Bruijn graaf van orde 3

(te gebruiken bij opgave 1)