

Tentamen Discrete Wiskunde 13-06-00

Dit tentamen wordt uitsluitend gemaakt door studenten BWI en Ectrie.

Vergeet het aparte multiple choice gedeelte niet.

1. Euler grafen en dominostenen

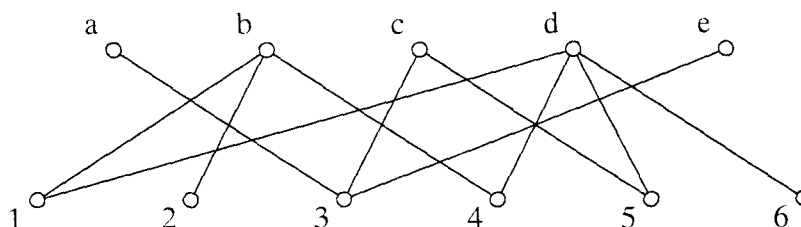
- Formuleer de stelling van Euler over het bestaan van een rondwandeling met alle lijnen van een graaf.
- Een veralgemeend dominospel bevat één maal alle mogelijke stenen met twee getallen van 0 tot en met $n \geq 3$. Je wil nu alle stenen in een kring leggen zo dat opeenvolgende stenen gelijke nummers hebben in de aangrenzende velden. Leg het verband uit met de Euler stelling.
- Voor welke waarden van n bestaat zo'n kring en voor welke niet?
- Voor waarden van n waar zo'n kring niet kan worden gemaakt kun je wel kringen maken met een maximum aantal stenen. Hoeveel stenen gebruik je dan niet? Geef een formule met n , en leg uit. Aanwijzing: probeer eerst enkele lage waarden van n .

2. Overdekkingen en Optimale toewijzingen

- Wat bedoelt men met een *overdekking* in een graaf?
- Wat zegt de *stelling van König en Egerváry* in verband met overdekkingen en toewijzingen?
- Gegeven is volgende toewijzing in een tweedelingsgraaf G :

$$a-3, b-1, c-5, d-4.$$

Controleer methodisch dat dit een maximum toewijzing is in G en construeer met dit gegeven een minimale overdekking in G . Geef de details van je constructie(s).



Figuur: de tweedelingsgraaf G

- Zoek in volgende kostenmatrix methodisch naar een minimale toewijzing. Geef de gevonden toewijzing en haar gewicht.

$$\begin{pmatrix} 12 & 6 & 10 & 12 & 9 \\ 8 & 7 & 13 & 16 & 12 \\ 13 & 12 & 13 & 13 & 15 \\ 10 & 4 & 7 & 13 & 11 \\ 12 & 9 & 10 & 14 & 11 \end{pmatrix}$$

3. Tellen

- a) Laat zien dat volgende formule juist is door op twee manieren een zelfde aantal te tellen. Geef duidelijk aan wat je telt, en hoe, en hoe je telt:

$$\binom{m+n}{p} = \sum_{i=0}^p \binom{m}{i} \binom{n}{p-i}.$$

- b) Aan vier personen wordt gevraagd een cijfer van 1 tot 9 te noemen. Hoe groot is de kans dat een cijfer meer dan eens genoemd wordt? Argumenteer je antwoord.
- c) Je wil k konijnen verdelen over h hokken, zó dat precies één hok leeg blijft. De konijnen zijn eender, de hokken zijn verschillend. Geef met de nodige argumentatie de formule voor het aantal mogelijkheden. Welk aantal krijg je als er zeven konijnen zijn en vier hokken?

4. Recurrente betrekkingen en genererende functies

- a) Stel een recurrente betrekking op voor het aantal mogelijkheden a_n om een rij van n bits te maken waarin geen twee nullen na elkaar optreden.
- b) Los de recurrente betrekking $a_n + 2a_{n-1} + a_{n-2} = (-1)^n$ op onder de beginvoorwaarden $a_0 = 1, a_1 = -5/2$.
- c) We verdelen rode en blauwe knikkers over vier verschillende bakjes, en wel zo dat elk bakje tenminste één rode knikker bevat en een even aantal blauwe knikkers. Op de kleur na zijn de knikkers eender. Bepaal de genererende functie voor dit probleem, en bepaal hiermee het aantal oplossingen als er 7 knikkers verdeeld zijn.

NORMERING:

1a:	4	2a:	3	3a:	6	4a:	5
1b:	5	2b:	3	3b:	6	4b:	6
1c:	5	2c:	6	3c:	6	4c:	7
1d:	<u>4</u>	2d:	<u>6</u>	3d:	<u> </u>	4d:	<u> </u>
	18		18		18		18

Voor het Multiple-choice gedeelte geldt:

Aantal punten = $18 - 4 \cdot \text{aantal foute antwoorden}$ of 0

$$\text{CIJFER} = \frac{\text{SOM}}{10} + 1$$

Naam:

Studierichting en jaar:

13-06-00

- Dit blad moet in het tentamen formulier worden ingeleverd.
- In dit multiple-choice gedeelte is er per vraag precies één alternatief juist en volledig.

5. Het Handelsreizigersprobleem is het probleem om in een samenhangende gewogen graaf

- o een pad van minimaal gewicht te vinden tussen elke twee punten.
- o een rondwandeling te vinden van minimaal gewicht.
- o een Hamilton-cykel te vinden van minimaal gewicht.
- o een Eulertoer te vinden van minimaal gewicht.

6. De stelling van Ford & Fulkerson stelt dat in een netwerk met bron en put

- o de stroomsterkte van een maximumstroom gelijk is aan de minimum capaciteit van een snede.
- o de stroomsterkte van een maximumstroom gelijk is aan de minimum capaciteit van een pijl.
- o bij een maximumstroom, de stroom door een pijl gelijk is aan de capaciteit van die pijl.
- o bij een maximumstroom er door elke snede tussen bron en put evenveel stroom gaat.

7. Het aantal oplossingen van $x_1 + 2 \cdot x_2 + \dots + n \cdot x_n = k$, met $x_1, \dots, x_n$ geheel en niet-negatief, stemt overeen met

- o het aantal verdelingen van k eendere knikkers in eendere porties van grootte $\leq n$.
- o het aantal verdelingen van k verschillende knikkers in eendere porties van grootte $\leq n$.
- o het aantal verdelingen van k verschillende knikkers in verschillende porties van grootte $\leq n$.
- o het aantal verdelingen van k eendere knikkers in verschillende porties van grootte $\leq n$.

8. Het uitgebreide binomium van Newton werd ingevoerd als een formule voor

- o $(x_1 + x_2)^n$ (waar $n \geq 0$ geheel en x_1, x_2 reëel).
- o $(x_1 + \dots + x_k)^2$ (waar $k \geq 2$ geheel).
- o $\frac{1}{(a+b)^n}$ (waar $n \geq 0$ geheel).
- o $(a+b)^r$ (waar r reëel).

9. Zij $n = p_1^{e_1} \dots p_k^{e_k}$ de priemfactorontbinding van een getal n in priemfactoren $p_1, \dots, p_k$, gerangschikt in stijgende volgorde. Welk voorschrift voor de waarde $\mu(n)$ van de Möbius functie is correct:

- o $\mu(n) = 1$ als het aantal priemfactoren k even is.
- o $\mu(n) = (-1)^{e_1} \dots (-1)^{e_k}$.
- o $\mu(n) = (-1)^k$ als elke $e_i = 1$.
- o $\mu(n) = 1$ als $e_1 + \dots + e_k$ even is.

10. Een perfect 3 fouten verbeterende code is een code waarbij

- o voor ieder woord met precies drie fouten een codewoord bestaat op afstand ten hoogste drie.
- o voor ieder woord met ten hoogste drie fouten een uniek codewoord bestaat op afstand ten hoogste drie.
- o voor ieder woord een uniek codewoord bestaat op afstand ten hoogste drie.
- o voor ieder woord een codewoord bestaat op afstand ten hoogste drie.