

Voortentamen Discrete Wiskunde 21-03-00

Vergeet het aparte multiple choice gedeelte niet.

1. Het Handelsreizigersprobleem

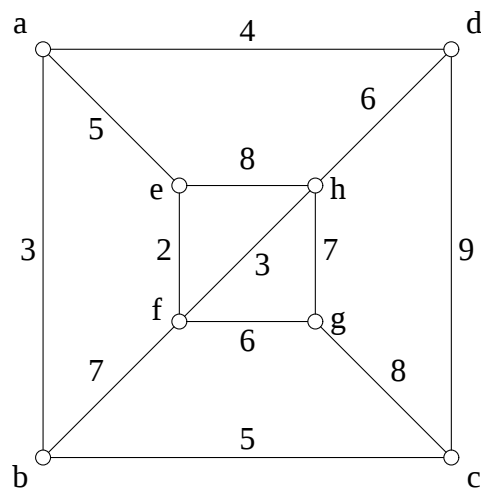
- a) Leg uit wat men bedoelt met het *Handelsreizigersprobleem* in een gewogen graaf.
- b) Wat bedoelt men met de *afstandsgraaf* van een gewogen samenhangende graaf?
- c) Er is een algoritme waarmee men het handelsreizigersprobleem in een gewogen graaf of in een afstandsgraaf bij benadering kan oplossen. In de basisstap van deze algoritme wordt geprobeerd een Hamilton cykel te verbeteren. Leg uit hoe deze stap werkt.

d)

	A	B	C	D	E	
A	0	7	5	4	6	Ga uit van de hiernaast gegeven gewichtenmatrix en van de cykel $A B C D E A$.
B	7	0	8	3	10	Zoek met de algoritme uit c) naar een verbetering van de cykel, net zo lang tot de methode geen verbetering meer oplevert.
C	5	8	0	9	2	
D	4	3	9	0	9	
E	6	10	2	9	0	Geef de gevonden cykel en zijn gewicht.

2. De Prim Algoritme

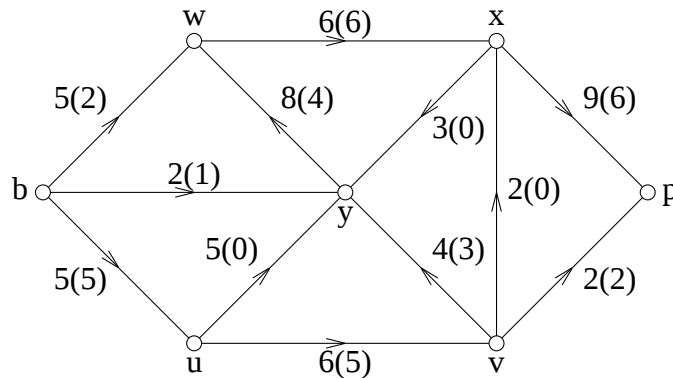
- a) Geef de definitie van een *boom*, van een *opspannende boom* in een graaf, en van een *minimale opspannende boom* in een gewogen graaf.
- b) Beschrijf de algoritme van Prim voor het vinden van een minimale opspannende boom in een samenhangende gewogen graaf.
- c) Bepaal met dit algoritme een minimale opspannende boom in bijgevoegde graaf en geef het gewicht van de gevonden boom.



Figuur: gewogen graaf

3. Stromen in netwerken

- Wat is de *stroomsterkte* van een stroom in een netwerk? Wat is een *snede* tussen bron en put? Wat verstaat men onder de *capaciteit* van een snede en onder *stroom* over een snede?
- Formuleer de Stelling van Ford en Fulkerson over maximum stromen in een netwerk.
- Formuleer de geheeltallige maximum-stroom stelling.
- Verhoog (indien mogelijk) met het labelalgoritme de stroom in volgend netwerk tot een maximum stroom. Geef de bijhorende maximum stroomsterkte en beschrijf de minimum snede.



Figuur: netwerk met stroom

NORMERING:

1a:	2	2a:	3	3a:	2
1b:	3	2b:	3	3b:	2
1c:	3	2c:	5	3c:	2
1d:	<u>5</u>			3d:	<u>5</u>
	13		11		11

Voor het Multiple-choice gedeelte geldt:

Aantal punten = 2 * aantal goede antwoorden

$$\text{CIJFER} = \frac{\text{SOM}}{5} + 1$$

- Dit blad moet in het tentamen formulier worden ingeleverd.
- In dit multiple-choice gedeelte is er per vraag precies één alternatief juist en volledig.

4. Een Euler toer in een graaf $G = (V, E)$ is

- o een gesloten wandeling die elk punt van V precies één keer aandoet.
- o een gesloten wandeling die elke lijn van E precies één keer aandoet.
- o een cykel die elk punt van V aandoet (en dan precies één keer).
- o Een wandeling die nooit een brug van de restgraaf oversteekt, tenzij dit de enig resterende lijn is.

5. De Hongaarse methode betreft de konstruktie van

- o een maximum toewijzing in een tweedelingsgraaf
- o een latijns vierkant uit een latijnse rechthoek
- o een maximale wisselboom in een tweedelingsgraaf
- o een maximum stroom in een netwerk.

6. De stelling van Berge-Petersen zegt:

- o Een koppeling F is volledig precies dan als F alle punten verzadigt.
- o Een koppeling F is maximaal precies dan als er geen vergrotend F -wisselpad bestaat.
- o Een koppeling F is maximum precies dan als er geen vergrotend F -wisselpad bestaat.
- o Elke twee koppelingen F, F' met $\#F < \#F'$ kunnen in balans worden gebracht door uitwisselen van lijnen.

7. Het lijnkleuringsgetal van een graaf is

- o het minimale aantal kleuren waarmee de lijnen van de graaf kunnen worden gekleurd zó dat elke kleur in elk punt komt.
- o het minimale aantal kleuren waarmee de lijnen van de graaf netjes kunnen worden gekleurd.
- o het aantal volledige koppelingen (= kleuren) waarin de lijnen van de graaf kunnen worden opgedeeld.
- o het maximum aantal lijnen dat dezelfde kleur kan krijgen in een nette lijnkleuring.

8. Het totale burentekort in een tweedelingsgraaf $G = (V_1, V_2, E)$ is

- o De som van alle verschillen $\#W - \#Buren$ van W voor W een deelverzameling van V_1 .
- o het grootste verschil $\#W - \#Buren$ van W voor W een deelverzameling van V_1 , of 0 als dit grootste verschil negatief is.
- o $\#W$, waar $W \subseteq V_1$ de verzameling van alle punten zonder burenen is.
- o $\#W$, waar $W \subseteq V_2$ de verzameling van alle punten is die niet in een maximum toewijzing betrokken zijn.