

Voortentamen Discrete Wiskunde 21-03-00

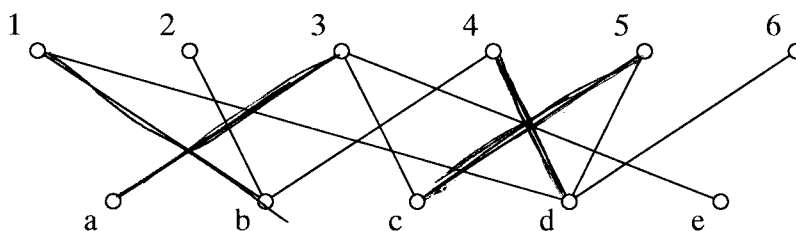
Dit tentamen wordt uitsluitend gemaakt door studenten INF en W.
Vergeet het aparte multiple choice gedeelte niet.

1. Overdekkingen en Optimale toewijzingen

- Wat bedoelt men met een *overdekking* in een graaf?
- Wat zegt de *stelling van König en Egerváry* in verband met overdekkingen en toewijzingen?
- Gegeven is volgende toewijzing in een tweedelingsgraaf G :

1-b, 3-a, 4-d, 5-c.

Controleer methodisch dat dit een maximum toewijzing is in G en construeer met dit gegeven een minimale overdekking in G . Geef de details van je constructie(s).



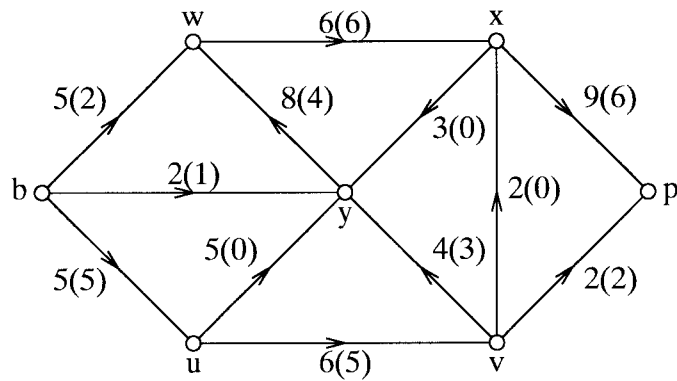
Figuur: de tweedelingsgraaf G

- Zoek in volgende kostenmatrix methodisch naar een minimale toewijzing. Geef de gevonden toewijzing en haar gewicht.

$$\begin{pmatrix} 12 & 5 & 10 & 12 & 9 \\ 8 & 7 & 13 & 16 & 12 \\ 13 & 12 & 13 & 13 & 15 \\ 10 & 4 & 7 & 13 & 11 \\ 12 & 9 & 10 & 14 & 11 \end{pmatrix}$$

2. Stromen in netwerken

- Wat is de *stroomsterkte* van een stroom in een netwerk? Wat is een *snede* tussen bron en put? Wat verstaat men onder de *capaciteit* van een snede en onder *stroom* over een snede?
- Formuleer de Stelling van Ford en Fulkerson over maximum stromen in een netwerk.
- Formuleer de geheeltallige maximum-stroom stelling.
- Verhoog (indien mogelijk) met het labelalgoritme de stroom in volgend netwerk tot een maximum stroom. Geef de bijhorende maximum stroomsterkte en beschrijf de minimum snede.



3. Tellen

- a) Bij de paardenrennen nemen 7 paarden deel. Je kan een weddenschap afsluiten over welk paard eerste, tweede, en derde wordt. Wat is de kans dat jouw keuze de juiste is?
- b) Op hoeveel manieren kunnen n personen op n stoelen plaatsnemen als die stoelen op een rij staan en twee gegeven personen niet naast elkaar mogen zitten? Geef (met enige motivatie) de formules.
- c) Op hoeveel manieren kunnen n personen op n stoelen plaatsnemen als die stoelen in een kring staan en twee gegeven personen niet naast elkaar mogen zitten? Geef (met enige motivatie) de formules.
- d) Op hoeveel manieren kunnen we tien eendere (gelijke) ballen verdelen over vier verschillende bakjes, zodanig dat geen enkel bakje leeg blijft?

NORMERING:

1a:	2	2a:	2	3a:	2
1b:	2	2b:	2	3b:	2
1c:	5	2c:	2	3c:	3
1d:	<u>5</u>	2d:	<u>5</u>	3d:	<u>3</u>
	14		11		10

Voor het Multiple-choice gedeelte geldt:

Aantal punten = 2 * aantal goede antwoorden

$$\text{CIJFER} = \frac{\text{SOM}}{5} + 1$$

Naam:

Studierichting en jaar:

21-03-00

- Dit blad moet in het tentamen formulier worden ingeleverd.
- In dit multiple-choice gedeelte is er per vraag precies één alternatief juist en volledig.

4. De Hongaarse methode betreft de konstruktie van

- een maximum toewijzing in een tweedelingsgraaf
- o een latijns vierkant uit een latijnse rechthoek ✓
- o een maximale wisselboom in een tweedelingsgraaf
- o een maximum stroom in een netwerk. ✓

5. De stelling van Berge-Petersen zegt:

- o Een koppeling F is volledig precies dan als F alle punten verzadigt.
- o Een koppeling F is maximaal precies dan als er geen vergrotend F -wisselpad bestaat.
- Een koppeling F is maximum precies dan als er geen vergrotend F -wisselpad bestaat.
- o Elke twee koppelingen F, F' met $\#F < \#F'$ kunnen in balans worden gebracht door uitwisselen van lijnen.

6. Het lijnkleuringsgetal van een graaf is

- o het minimale aantal kleuren waarmee de lijnen van de graaf kunnen worden gekleurd zó dat elke kleur in elk punt komt.
- het minimale aantal kleuren waarmee de lijnen van de graaf netjes kunnen worden gekleurd.
- o het aantal volledige koppelingen (= kleuren) waarin de lijnen van de graaf kunnen worden opgedeeld.
- o het maximum aantal lijnen dat dezelfde kleur kan krijgen in een nette lijnkleuring.

7. Het totale burentekort in een tweedelingsgraaf $G = (V_1, V_2, E)$ is

- o De som van alle verschillen $\#W - \#Buren\ van\ W$ voor W een deelverzameling van V_1 .
- o het grootste verschil $\#W - \#Buren\ van\ W$ voor W een deelverzameling van V_1 , of 0 als dit grootste verschil negatief is.
- o $\#W$, waar $W \subseteq V_1$ de verzameling van alle punten zonder burenen is.
- o $\#W$, waar $W \subseteq V_2$ de verzameling van alle punten is die niet in een maximum toewijzing betrokken zijn.

8. Het aantal k -herhalingscombinaties van n elementen bedraagt

- o $(n)_k = n(n-1) \dots (n-k+1)$
- o $\binom{n}{k} = n! / k!(n-k)!$
- o $k^n = k \cdot k \cdot \dots \cdot k$ (n maal)
- o $\binom{n+k-1}{k}$