

Tentamen Discrete Wiskunde 7-1-99

Dit tentamen wordt uitsluitend gemaakt door studenten BWI en Ectrie.
Vergeet het aparte multiple choice gedeelte niet.

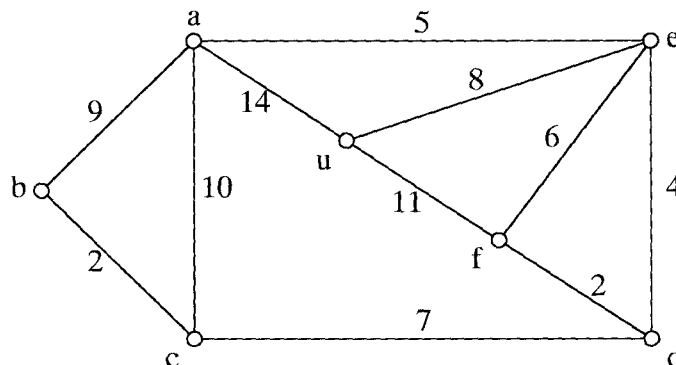
1. Dominostenen

Op een dominosteen staan twee getallen. Een set dominostenen heeft precies alle combinaties van twee getallen $0, 1, \dots, k$ voor zeker getal k . Het is de bedoeling stenen in een lus aan mekaar te leggen, zó dat op aangrenzende velden van twee stenen hetzelfde getal staat.

- Formuleer de stelling van Euler over het bestaan van een gesloten wandeling met alle lijnen.
- Bij welke waarden van k bestaat er een gesloten lus van dominostenen die alle stenen bevat?
- Als er geen gesloten figuur bestaat die alle stenen bevat, hoeveel stenen (uitgedrukt in k) blijven er dan minimaal over?

2. Afstandsgrafen en de Dijkstra Algoritme

- Wat bedoelt men met de **afstandsgraaf** van een samenhangende gewogen graaf?
- Beschrijf de **algoritme van Dijkstra** voor het kortste-pad probleem in een samenhangende gewogen graaf.
- Bepaal met dit algoritme alle kortste paden vanuit het punt u naar de overige punten in bijgevoegde graaf. Geef hierbij een volledige boekhouding en beschrijf het gevonden kortste pad $u \rightarrow b$ en zijn lengte.



3. Een recurrente betrekking. Iemand heeft een onuitputtelijke voorraad even grote rode, witte, en blauwe vierkante tegels en wil daarmee een tuinpad aanleggen zó dat twee tegels van dezelfde kleur niet met een zijde tegen elkaar aanliggen.

- Zij p_n het aantal toegelaten paden van twee tegels breed en n tegels lang. Laat zien dat $p_1 = 6$ en (algemener) dat $p_n = 2 \cdot 3^n$ voor $n \geq 1$.

Voor de rest van deze opgave is c_n het aantal toegelaten paden van breedte drie bij lengte n (waar $n \geq 1$).

- Laat zien dat voor $n > 2$ de recurrente betrekking

$$c_n = 5c_{n-1} - 2c_{n-2}$$

geldt. Bepaal tevens c_1 en c_2 .

Aanwijzing bij b): Het pad wordt per rij van drie gelegd. Laat a_n het aantal paden van lengte n zijn dat eindigt in een rij met drie verschillende kleuren en laat b_n het aantal paden van lengte n zijn dat eindigt in een rij met maar

twee verschillende kleuren. Druk nu a_n en b_n uit in eerdere a 's en b 's.

- c) Geef de algemene oplossing van de recurrente betrekking uit vorig onderdeel.
- d) Zij $C(x)$ de genererende funktie van de rij getallen c_n . Geef een "gesloten" uitdrukking voor $C(x)$ in de vorm van een breuk.

4. Binaire codes met woordlengte 8

In deze opgave werken we met codes in een woordruimte met woorden van lengte 8.

- a) Hoeveel punten bevat een bol met straal 1, 2, 3, 4, 5 om een woord?
- b) Laat zien dat er geen perfecte codes bestaan met woordlengte 8.
- c) Laat zien dat een twee fouten verbeterende code met woordlengte 8 ten hoogste 6 codewoorden heeft.
- d) Geef de generatormatrix van een twee fouten verbeterende lineaire code met woordlengte 8 en dimensie 2.

NORMERING:

1a:	2	2a:	2	3a:	2	4a:	2
1b:	3	2b:	3	3b:	3	4b:	2
1c:	4	2c:	4	3c:	2	4c:	2
				3d:	2	4d:	2
	9		9		9		8

Voor het Multiple-choice gedeelte geldt: Aantal punten = aantal goede antwoorden * 2

$$\text{CIJFER} = \frac{\text{SOM}}{5} + 1$$



Naam:

Studierichting en jaar:

7-1-99

- **Dit blad moet in het tentamen formulier worden ingeleverd.**
- **In dit multiple-choice gedeelte is er per vraag één alternatief juist en volledig**

5. De geheeltallige stroomstelling stelt dat in een netwerk met geheeltallige capaciteiten en met een bron en put

- er een maximum stroom bestaat die geheeltallig is.
- o uitsluitend geheeltallige stroomsterktes kunnen optreden.
- o elke stroom die niet geheeltallig is kan worden verhoogd tot een geheeltallige stroom.
- o de stroomsterkte van iedere maximum stroom geheeltallig is.

6. Het lijnkleuringsgetal van een graaf is

- o het maximale aantal kleuren waarmee de lijnen van de graaf netjes kunnen worden gekleurd.
- het minimale aantal kleuren waarmee de lijnen van de graaf netjes kunnen worden gekleurd.
- o het aantal volledige koppelingen (= kleuren) waarin de lijnen van de graaf kunnen worden opgedeeld.
- o het grootste aantal lijnen dat dezelfde kleur kan krijgen in een nette lijnkleuring.

7. Zij $G = (V_1, V_2, E)$ een tweedelingsgraaf en W een deelverzameling van V_1 . Een toewijzing van W in V_2 is

- een koppeling tussen de punten van W en V_2 die alle punten van W verzadigt.
- o een volledige koppeling in de opspannende deelgraaf op de punten van W en V_2 .
- o een toekenning van ten hoogste $|W|$ punten uit V_2 aan W .
- o een verzameling B van buuren van W zo dat $|B| \geq |W|$.

8. Welk van de volgende problemen is een voorbeeld van een k -herhalingscombinatie van n elementen?

- o Het aantal woorden met k symbolen uit het alfabet ($k \leq n = 26$).
- o Het aantal mogelijkheden om k identieke brieven in n verschillende brievenbussen te stoppen ($k \leq n$)?
- o Het aantal mogelijke weddenschappen op de eerste k plaatsen in een race met n paarden ($k \leq n$)?
- o Het aantal comités van k personen samengesteld uit n kandidaten ($k \leq n$).
- o Geen van deze.

9. Het laatjesprincipe ("pigeon-hole principle") stelt dat

- o als elk laatje ten minste één object bevat, dan is het totale aantal objecten $\geq$ het aantal laatjes.
- o als elk laatje ten hoogste één object bevat, dan is het totale aantal objecten $\leq$ het aantal laatjes.
- o als er méér objecten zijn dan laatjes, dan is er een laatje met méér dan één object.
- o als er méér laatjes zijn dan objecten, dan is er ten minste één laatje leeg.
- o geen van deze.