

Tentamen Discrete Optimalisering

04-06-2013, 18:30u - 20:30u

Puntentoekening

Dit tentamen bestaat uit 4 opgaven, waaruit 40 punten te behalen zijn.

<i>Opgave</i>	<i>A</i>	<i>B</i>
Opg. 1	3	7
Opg. 2	10	-
Opg. 3	10	-
Opg. 4	5	5

$$\text{Eindcijfer} = \max\{1, \text{puntentotaal}/4\}$$

Opgave 1: Branch & Bound

Beschouw het volgende knapzak probleem.

$$\begin{aligned} \max \quad & 3x_1 + 10x_2 + 9x_3 + x_4 \\ \text{onder :} \quad & 2x_1 + 5x_2 + 4x_3 + x_4 \leq 13 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \text{ en geheeltallig} \end{aligned}$$

1A) Geef de unieke oplossing van de LP Relaxatie van dit probleem [dat wil zeggen: geef de oplossing van het bovenstaande probleem als de geheeltalligheidseis vervalt]. Geef ook de bijbehorende optimale criteriumwaarde.

1B) Los het bovenstaande knapzak probleem op met behulp van Branch en Bound en vind op deze manier de **twee** optimale oplossingen en geef de bijbehorende optimale criteriumwaarde.

Opgave 2: Geheeltallige Programmering

Formuleer het MINIMUM OPSPANNENDE BOOM als een geheeltallig lineair programmeringsprobleem. *Hint: het is makkelijkste als je voor iedere kant van de graaf een beslissingsvariabele kiest.*

Opgave 3: Netwerk problemen

De rijen van de volgende tabel representeren personen en de kolommen representeren jobs. Een getal in rij i en kolom j geeft aan wat de kosten zijn indien persoon i job j doet. Los het toewijzingsprobleem op. Laat daarbij duidelijk de stappen zien die je maakt om tot de oplossing te komen.

	1	2	3
1	10	9	2
2	6	5	0
3	5	3	1

Opgave 4: Dynamische Programmering

Een consortium van N makelaars wil een verzameling van M door de eigenaren aangeboden huizen onder elkaar verdelen voor het behartigen van hun belangen bij de verkoop. De door de eigenaren vastgestelde vraagprijs van huis i is p_i [$i = 1, \dots, M$] en de afstand tussen het kantoor van makelaar j en huis i bedraagt a_{ij} [$i = 1, 2, \dots, M; j = 1, \dots, N$]. Makelaar j wil in zijn verkoopportefeuille een collectie huizen opnemen waarvan de totale waarde minstens W_j bedraagt [$j = 1, \dots, N$]. Om te voorkomen dat de ene makelaar een veel grotere afstand moet afleggen als hij met potentiële kopers de huizen gaat bezoeken dan de andere, wil men de huizen zodanig over de makelaars verdelen dat de grootste som van de afstanden tussen een makelaarskantoor en de aan dat makelaarskantoor toegewezen huizen zo klein mogelijk is.

4A) Formuleer dit probleem als een dynamisch programmeringsprobleem. Beschrijf daarvoor in ieder geval de toestand, de interpretatie van de waardefunctie in woorden, de recursierelatie, de start-recursie en wat je moet berekenen in termen van de waardefunctie. **Hint:** Begin met stadium j .

Nadat de makelaars de optimale toewijzing hebben kunnen aanschouwen blijken zij erg ontevreden te zijn. Zij klagen over te grote afstanden tussen de hun toegewezen huizen en hun kantoor. Daarom wordt elke makelaar gevraagd een bovengrens aan te geven voor de som van de afstanden tussen hun kantoor en de aan hen toe te wijzen huizen. Makelaar j geeft aan dat voor hem deze bovengrens T_j is [$j = 1, 2, \dots, N$]. De vraag is nu natuurlijk wel volgens welk [nieuw] optimaliteitscriterium de huizen moeten worden toegewezen aan de makelaars. De makelaars komen met elkaar overeen dat de laagste totale waarde van een toegewezen collectie huizen zo groot mogelijk zal moeten zijn. De makelaars zien er daarmee vanaf dat zij een collectie met een vantevoren vastgestelde minimale waarde moeten krijgen toegewezen.

4B) Formuleer dit probleem als een dynamisch programmeringsprobleem. Beschrijf daarvoor in ieder geval de toestand, de interpretatie van de waardefunctie in woorden, de recursierelatie, de start-recursie en wat je moet berekenen in termen van de waardefunctie. **Hint:** Begin met stadium j .