

Deeltentamen Differentiëren en Integreren 3

24 februari 2014, 13:30-14:45 uur

- Dit tentamen bestaat uit 4 vragen.
- Het totale aantal punten is 18.
- Cijfer = $\frac{\text{Aantal punten}}{2} + 1$.
- Motiveer altijd je antwoord.
- Formulebladen, rekenmachines en andere hulpmiddelen zijn niet toegestaan.

1.

- a) [3 punten] Voor $a > 0$, laat T_a de driehoek zijn met hoekpunten $(0, 0)$, $(a, 0)$ en (a, a) . Bereken de dubbele integraal

$$I_a = \iint_{T_a} e^{-x^2} dA.$$

- b) [2 punten] Laat $T = \{(x, y) : 0 \leq y \leq x\}$. Bepaal m.b.v. onderdeel a) of de oneigenlijke dubbele integraal

$$I = \iint_T e^{-x^2} dA$$

convergent is. Geef in geval van convergentie ook de waarde van I .

2. [4 punten]

Zij D het gebied in het eerste kwadrant dat begrensd wordt door de lijnen $y = \frac{1}{x}$, $y = \frac{5}{x}$, $y = x$ en $y = 3x$. Bepaal (d.m.v. een substitutie) de oppervlakte van het gebied D .

3. [3 punten]

Bereken de drievoudige integraal

$$\iiint_R (x^2 + y^2 + z^2) dV,$$

met R de halve cilinder $R = \{(x, y, z) : y \geq 0, 0 \leq x^2 + y^2 \leq a^2, 0 \leq z \leq h\}$.

4. Beschouw het vectorveld $\mathbf{F}(x, y) = -2y \sin(xy)\mathbf{i} + 2(y - x \sin(xy))\mathbf{j}$ op $\mathbb{R}^2$.

- a) [4 punten] Is $\mathbf{F}$ conservatief?
- b) [2 punten] Laat $\mathcal{C}$ de rechte lijn zijn van $(0, 0)$ naar $(\pi, 1)$. Bereken

$$\int_{\mathcal{C}} \mathbf{F} \bullet d\mathbf{r}.$$