

Faculteit der Exacte Wetenschappen	Differentiëren en Integreren III
Afdeling Wiskunde	15:15-17:15 uur
Vrije Universiteit	26-03-2012

Gebruik van rekenmachines, laptops, formulebladen, boeken etc. is **niet** toegestaan.

Motiveer al je antwoorden zorgvuldig en schrijf duidelijk. Succes!

1. Zij R de rechthoek $[0, 1] \times [0, \pi]$ in het (x, y) -vlak en $\mathcal{S}$ het oppervlak $\{(x, y, z) \mid (x, y) \in R, z = x^2 - \cos y\}$. Bereken de oppervlakte-integraal

$$\iint_{\mathcal{S}} (z + \cos y) \sqrt{1 + 4x^2 + \sin^2 y} \, dS.$$

2. Bereken

$$\oint_{\gamma} (x^3 - xy^3) \, dx + (y^2 - 2xy) \, dy,$$

waarbij γ de rand is van de vierkant $V = [0, 2] \times [0, 2]$ in het (x, y) -vlak, met de positieve orientatie.

3. Zij $\mathcal{S}$ het deel van het cilinderoppervlak $x^2 + y^2 = 9$ dat binnen de bolschil $x^2 + y^2 + z^2 = 25$ en in het eerste octant ligt (het eerste octant is het deel van de ruimte waarvoor geldt: $x \geq 0$, $y \geq 0$ en $z \geq 0$). Beschouw het vectorveld $\mathbf{F} = (x, 0, z)$ en bereken

$$\iint_{\mathcal{S}} \mathbf{F} \cdot \mathbf{N} \, dS,$$

waarbij $\mathbf{N}$ de uitwendige eenheidsnormaalvector voor $\mathcal{S}$ is.

4. Zij D het gebied binnen de kegel $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ en de bolschil $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ en $\mathcal{S}$ de rand van dit gebied, met uitwending eenheidsnormaalvector $\mathbf{N}$. Beschouw het vectorveld $\mathbf{F} = (y, x, z^2)$ en bereken

$$\iint_{\mathcal{S}} \mathbf{F} \cdot \mathbf{N} \, dS,$$

de uitgaande flux van $\mathbf{F}$ door $\mathcal{S}$.