

Gebruik van rekenmachines, laptops, formulebladen, boeken etc. is **niet** toegestaan.

Motiveer al je antwoorden zorgvuldig en schrijf duidelijk. Succes!

1. Zij P het parallelogram ingesloten door de lijnen $y = x$, $y = x - 2$, $y = -2x + 2$ en $y = -2x + 4$. Bereken

$$\iint_P (3x - y) dA.$$

2. Bereken het volume ingesloten door het oppervlak $z = \cos x$ en de vlakken $x = -\pi/2$, $x = \pi/2$, $y = 0$ en $y = 1 - z$.
3. Zij $\mathcal{S}$ het deel van de bol $x^2 + y^2 + z^2 = 25$ dat boven het vlak $z = 3$ ligt, met uitwendig eenheidsnormaalvector $\hat{N}$. Bereken $\iint_{\mathcal{S}} \vec{F} \cdot \hat{N} dS$, de flux van het vectorveld $\vec{F} = 2x\hat{i} - y\hat{j} + (x - z)\hat{k}$ door $\mathcal{S}$. (Hint: deze oppervlakintegraal is direct lastig uit te rekenen. Laat zien dat $\vec{F} = \text{curl } \vec{G}$, waarbij $\vec{G} = yz\hat{i} + \frac{1}{2}x^2\hat{j} + 2xy\hat{k}$ en gebruik een van de integraalstellingen.)
4. Bereken de flux van het vectorveld $\vec{F} = yz\hat{i} - xz\hat{j} + z^3\hat{k}$ door het deel van de kegel $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ dat tussen de vlakken $z = 1$ en $z = 3$ ligt, met eenheidsnormaalvector $\hat{N}$ gericht naar boven.
5. Beschouw het vectorveld $\vec{F} = y^2\hat{i} + 2xy\hat{j} + 2z\hat{k}$.
- (a) Bereken divergentie en rotatie van $\vec{F}$.
- (b) Zij $\mathcal{C}$ de boog van de parabool $\vec{r}(t) = (0, t, t^2)$ tussen de punten $(0, -1, 1)$ en $(0, 2, 4)$. Bereken $\int_{\mathcal{C}} \vec{F} \cdot \hat{T} ds$, de lijnintegraal van $\vec{F}$ over $\mathcal{C}$.
- (c) Bereken $\oint \vec{F} \cdot \hat{T} ds$, over een cirkel met middelpunt $(0, 0, 0)$.