

Gebruik van rekenmachines, laptops, formulebladen, boeken etc. is **niet** toegestaan.

Motiveer al je antwoorden zorgvuldig en schrijf duidelijk. Succes!

1. Bepaal het absolute maximum en absolute minimum van de functie $f(x, y) = 2xy$ over het gebied R dat binnen de cirkel $x^2 + y^2 = 1$ ligt en onder de lijn $y = -x + 1$. Geef ook de (x, y) -coördinaten waarin deze extrema worden aangenomen.
2. Zij $\mathcal{S}$ het deel van de kegel $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ dat binnen de bol $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ ligt, met eenheidsnormaalvector $\hat{N}$ gericht naar beneden (d.w.z., de normaalvector met negatieve $\mathbf{k}$ -component).
 - (a) Maak een schets van $\mathcal{S}$ en $\hat{N}$.
 - (b) Bereken $\iint_{\mathcal{S}} \mathbf{F} \cdot \hat{N} dS$, de uitgaande flux van het vectorveld $\mathbf{F} = 3x\mathbf{i} - y\mathbf{j} - z\mathbf{k}$ door $\mathcal{S}$.
 - (c) Bereken het volume boven de kegel en binnen de bol ('ice-cream cone').
 - (d) Bereken $\text{div } \mathbf{F}$ en gebruik de stelling van Gauss om de omhoog-gaande flux van $\mathbf{F}$ die door het deel van de bol binnen de kegel gaat te berekenen.
3. Zij $\mathcal{S}$ het deel van het vlak $z = 1 - x - y$ dat in het eerste octant ligt en zij $\mathcal{C}$ de rand van $\mathcal{S}$, van bovenaf gezien tegen de wijzers van de klok in georiënteerd. Gebruik de stelling van Stokes om $\oint \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$, de circulatie van het vector veld $\mathbf{F} = y\mathbf{i} + xz\mathbf{j} + x^2\mathbf{k}$ langs $\mathcal{C}$ te berekenen. (N.B.: Het is bij deze integraal mogelijk om $\oint \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ direct uit te rekenen, zonder de stelling van Stokes te gebruiken. Echter hiervoor zullen geen punten worden toegekend.)
4. Onderzoek voor ieder van de volgende reeksen of deze absoluut convergent, relatief convergent of divergent zijn.

a) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln n}{\sqrt{n}}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^{n+1}}{n + 5^n}$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n^2 \sqrt{n}}$

Z.O.Z.

5. Gegeven is de machtreeks

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n x^n}{4^n (n^2 + 1)}$$

Bepaal de convergentiestraal en het convergentie-interval van deze machtreeks. Onderzoek in het bijzonder het gedrag van de machtreeks in de randpunten van het convergentie-interval.

6. Gebruik termsgewijs integreren om de machtreeksontwikkeling van de functie

$$\int_0^x \frac{\sin t}{t} dt$$

in machten van x te bepalen en geef het convergentie-interval. (**Hint:** gebruik de MacLaurin reeks voor de sinus als startpunt.)

Normering: Opgaven 1.,3.,4.,5. zijn 3 punten waard, opgave 2. is 4 punten waard, opgave 6. 2 punten.

Eindcijfer:

$$\frac{1}{2} \cdot \# \text{ punten} + 1$$