

Gebruik van rekenmachines, laptops, formulebladen, boeken etc. is **niet** toegestaan.

Motiveer al je antwoorden zorgvuldig en schrijf duidelijk. Succes!

1. Bereken de oppervlakte ingesloten door de kromme (*cardioïde*)

$$x(t) = (1 - \cos t) \cos t, \quad y(t) = (1 - \cos t) \sin t, \quad t \in [0, 2\pi].$$

2. Zij $\mathcal{S}$ het deel van de paraboloid $z = 8 - x^2 - y^2$ dat binnen de cylinder $x^2 + y^2 = 2$ ligt, met eenheidsnormaalvector $\hat{N}$ gericht naar boven. Maak een schets van $\mathcal{S}$ en $\hat{N}$ en bereken de oppervlakte van $\mathcal{S}$. Bereken vervolgens $\iint_{\mathcal{S}} \mathbf{F} \cdot \hat{N} \, dS$, de omhoog-gaande flux van het vectorveld $\mathbf{F} = (x - y)\mathbf{i} + (x + y)\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ door $\mathcal{S}$.

3. Zij V het volume in het eerste octant (dat is het deel van de ruimte waarvoor $x \geq 0$, $y \geq 0$ en $z \geq 0$) dat binnen de bolschil $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ ligt en $\mathcal{S}$ de rand van V , met uitwendige oriëntatie. Bereken $\iint_{\mathcal{S}} \mathbf{F} \cdot \hat{N} \, dS$, de uitgaande flux van $\mathbf{F}$ door $\mathcal{S}$, waarbij $\mathbf{F} = 3xy^2\mathbf{i} - y^3\mathbf{j} + xz\mathbf{k}$.

4. Onderzoek voor ieder van de volgende reeksen of deze absoluut convergent, relatief convergent of divergent zijn.

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^n}{1 + e^{2n}}$

b) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{n^2 - 1}}$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{n-1} + 1}{3^n}$

Z.O.Z.

5. Gegeven is de machtreeks

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{\sqrt{n^2 + 3}}$$

Bepaal de convergentiestraal en het convergentie-interval van deze machtreeks. Onderzoek in het bijzonder het gedrag van de machtreeks in de randpunten van het convergentie-interval.

6. Bepaal de machtreeksontwikkeling van de functie

$$\frac{x}{4 - x^2}$$

in machten van x en geef het interval aan waarop deze machtreeks convergeert. (**Hint:** gebruik de meetkundige reeks als startpunt.)

Normering: Opgaven 1.,3.,4.,5. zijn 3 punten waard, opgave 2. is 4 punten waard, opgave 6. 2 punten.

Eindcijfer:

$$\frac{1}{2} \cdot \# \text{ punten} + 1$$