

**Gebruik van rekenmachine, boek of aantekeningen is niet toegestaan**

1. Onderzoek of de volgende reeksen absoluut convergent, relatief convergent, of divergent zijn. Motiveer je antwoorden.

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sqrt{n}}{n^2 + 1},$       b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{1 + \frac{1}{n!}}.$

2. Gegeven is de machtreeks

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1-x)^n}{n 2^n}.$$

- a) Bepaal het convergentie-interval van deze machtreeks.  
b) Laat  $f(x)$  de somfunctie zijn voor die waarden van  $x$  waarvoor de reeks convergeert. D.w.z. stel voor die waarden van  $x$  dat

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1-x)^n}{n 2^n}.$$

Bereken  $f'(0)$ .

3. De Maclaurinreeks van de functie  $f(x) = 1 - e^{-x^2}$  is gegeven door

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n.$$

Bepaal  $a_n$  voor alle  $n \geq 0$  en geef aan voor welke  $x$  de reeks convergeert naar  $f(x)$ .

4. Gegeven zijn de vectoren

$$\mathbf{u} = -2\mathbf{i} + \mathbf{j} + 3\mathbf{k} \quad \text{en} \quad \mathbf{v} = 2\mathbf{i} + \mathbf{j} - \mathbf{k}.$$

Bereken  $\mathbf{u} \bullet \mathbf{v}$ ,  $\mathbf{u} \times \mathbf{v}$  en  $\mathbf{u}_{\mathbf{v}}$ , de vectorprojectie van  $\mathbf{u}$  langs  $\mathbf{v}$ .

**Z.O.Z.**

5. Een kromme  $C$  wordt beschreven door de parametervoorstelling

$$\mathbf{r}(t) = t^3 \mathbf{i} + t^2 \mathbf{j}.$$

Bereken de booglengte van  $C$  tussen de punten  $(0, 0)$  en  $(8, 4)$ .

6. De functie  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  heeft continue partiële afgeleiden van de eerste en tweede orde op heel  $\mathbb{R}^2$ . Gegeven is  $z = f(x, y)$  met  $x = 2st$  en  $y = s^2 + t^2$ . Druk

$$\frac{\partial z}{\partial s} \quad \text{en} \quad \frac{\partial^2 z}{\partial t \partial s}$$

uit in  $s, t$  en partiële afgeleiden van  $f$ .

7. De functie  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  wordt gegeven door  $f(x, y) = x^4 - 2x^2y + 3y^2 - 8y + 1$ .

- Bepaal de stationaire punten (critical points) van  $f$ .
- Ga voor elk van de bij a) gevonden punten na of het een (lokaal) maximum, een (lokaal) minimum, of een zadelpunt is.

8. Los onderstaand beginwaardeprobleem op:

$$\begin{cases} \frac{d^2 y}{dx^2} + 4 \frac{dy}{dx} + 5y = 0, \\ y(0) = 2, y'(0) = -1. \end{cases}$$

### Normering:

|       |                  |       |       |       |       |                  |       |
|-------|------------------|-------|-------|-------|-------|------------------|-------|
| 1 : 3 | 2 : a) 4<br>b) 3 | 3 : 4 | 4 : 4 | 5 : 4 | 6 : 4 | 7 : a) 3<br>b) 3 | 8 : 4 |
| _____ | _____            | _____ | _____ | _____ | _____ | _____            | _____ |
| 3     | 7                | 4     | 4     | 4     | 4     | 6                | 4     |

$$\text{Eindcijfer} = \frac{\# \text{ punten}}{4} + 1$$