

Gebruik van rekenmachine, boek of aantekeningen is niet toegestaan

1. Onderzoek of de volgende reeksen absoluut convergent, relatief convergent, of divergent zijn. Motiveer je antwoorden.

a) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{\sqrt{n^3 + 1}},$ b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n n!}{(2n+1)!}.$

2. Gegeven is de machtreeks

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x-1)^n}{n 5^n}.$$

- a) Bepaal het convergentie-interval van deze machtreeks.
b) Laat $f(x)$ de somfunctie zijn voor die waarden van x waarvoor de reeks convergeert. D.w.z. stel voor die waarden van x dat

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x-1)^n}{n 5^n}.$$

Bereken $f'(0)$.

3. Bepaal de Maclaurinreeks van de functie

$$f(x) = \frac{x^2}{1-2x}$$

en geef aan voor welke waarden van x deze machtreeks convergeert.

4. Gegeven zijn de vectoren

$$\mathbf{u} = \mathbf{i} - 2\mathbf{j} + \mathbf{k} \quad \text{en} \quad \mathbf{v} = 2\mathbf{i} + \mathbf{j} + 3\mathbf{k}.$$

Bereken:

- (i) $\mathbf{u} \bullet \mathbf{v},$
(ii) $\mathbf{u} \times \mathbf{v}.$

Z.O.Z.

5. Bereken de afstand van het punt $P = (2, -1, 3)$ tot het vlak $V : 2x - 2y - z = 9$.
6. De functie $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ heeft continue partiële afgeleiden van de eerste orde op heel $\mathbb{R}^2$. Gegeven is $z = f(x, y)$ met $x = r \cos \theta$ en $y = r \sin \theta$. Toon aan dat

$$\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2 = \left(\frac{\partial z}{\partial r}\right)^2 + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial z}{\partial \theta}\right)^2.$$

7. De functie $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ wordt gegeven door $f(x, y) = x^2y - 2xy^2 + 2xy$.
- Bepaal de stationaire punten (critical points) van f .
 - Ga na in welke van de bij a) gevonden punten zich een (lokale) extreme waarde bevindt.
 - Bepaal het raakvlak aan de grafiek van f in het punt $(-1, 1, 1)$.
8. Bepaal de algemene oplossing van onderstaande exacte differentiaalvergelijking:

$$(2x + \sin y) + (x \cos y + \cos y) \frac{dy}{dx} = 0.$$

[N.B. De oplossing mag in impliciete vorm worden gegeven.]

Normering:

1 : 5	2 : a) 4 b) 3	3 : 3	4 : 3	5 : 3	6 : 4	7 : a) 3 b) 3 c) 2	8 : 3
_____	_____	_____	_____	_____	_____	_____	_____
5	7	3	3	3	4	8	3

$$\text{Eindcijfer} = \frac{\# \text{ punten}}{4} + 1$$