

Gebruik van rekenmachine, boek of aantekeningen is niet toegestaan

1. Laat $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ gegeven zijn door

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2} & \text{voor } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{voor } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- a) Schets de niveau-krommen (level curves) $f(x, y) = C$ voor $C = 0, C = 1$ en $C = -1$.
b) Toon aan dat f niet continu is in $(0, 0)$.
[Dat wil zeggen, laat zien dat $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y) \neq f(0, 0)$.]

2. De functie $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ heeft continue partiële afgeleiden van de eerste en tweede orde op heel $\mathbb{R}^2$. Gegeven is $z = f(x, y)$ met $x = r \cos \theta$ en $y = r \sin \theta$. Druk

$$\frac{\partial z}{\partial r} \quad \text{en} \quad \frac{\partial^2 z}{\partial \theta \partial r}$$

uit in r, θ en partiële afgeleiden van f .

3. De functie $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ is gegeven door

$$f(x, y) = \sqrt{x^2 + xy + y^2}$$

- a) Bepaal $L(x, y)$, de linearisering van f , rond het punt $(0, 2)$.
b) Bereken de richtingsafgeleide van f in het punt $(0, 2)$ in de richting van de vector $\mathbf{v} = 3\mathbf{i} + 4\mathbf{j}$.

4. De functie $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ is gegeven door

$$f(x, y) = 2x^2y - 4xy + y^2 + 3.$$

- a) Bepaal de stationaire punten (critical points) van f .
b) Ga na in welke van de bij a) gevonden punten f een lokaal extreme waarde aanneemt en bereken die waarde.

Z.O.Z.

5. Bepaal de algemene oplossing van onderstaande homogene differentiaalvergelijking:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x^2 + xy + y^2}{x^2}.$$

[N.B. Geef de oplossing in expliciete vorm.]

6. Los onderstaand beginwaardeprobleem op:

$$\begin{cases} x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - 2x \frac{dy}{dx} - 4y = 0, \\ y(1) = 3, y'(1) = 2. \end{cases}$$

Normering:

1 : 3	2 : 4	3 : a) 3 b) 3	4 : a) 3 b) 3	5 : 4	6 : 4
_____	_____	_____	_____	_____	_____
3	4	6	6	4	4

$$\text{Eindcijfer} = \frac{\# \text{ punten}}{3} + 1$$