

Faculteit der Exacte Wetenschappen	Differentiëren en Integreren 2
Afdeling Wiskunde	20-02-2012
Vrije Universiteit	18:30-20:30 uur

Gebruik van rekenmachine, boek of aantekeningen is niet toegestaan

1. Onderzoek of de volgende reeksen absoluut convergent, relatief convergent, of divergent zijn. Motiveer je antwoorden.

$$\text{a) } \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n^2 + 3}, \quad \text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(n+1)!}.$$

2. Gegeven is de machtreeks

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x+1)^n}{2^n n^2}.$$

Bepaal het convergentie-interval van deze machtreeks.

3. Bepaal de Maclaurinreeks van de functie

$$f(x) = (x+1)e^{-2x}$$

en geef aan voor welke waarden van x deze machtreeks convergeert.

4. De functie $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ heeft continue partiële afgeleiden van de eerste orde op heel $\mathbb{R}^2$. Gegeven is $z = f(x, y)$ met $x = r \cos \theta$ en $y = r \sin \theta$. Toon aan dat

$$\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2 = \left(\frac{\partial z}{\partial r}\right)^2 + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial z}{\partial \theta}\right)^2.$$

Z.O.Z.

5. De functie $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ wordt gegeven door $f(x, y) = x^2y - xy^2 - xy$.
- Bepaal de stationaire punten (critical points) van f .
 - Ga na in welke van de bij a) gevonden punten zich een (lokale) extreme waarde bevindt.
 - Bepaal het raakvlak aan de grafiek van f in het punt $(2, 1, 0)$.
6. Bepaal de algemene oplossing van onderstaande inhomogene lineaire 2^e orde differentiaalvergelijking:

$$y''(x) + y'(x) - 2y(x) = \sin x.$$

7. Laat $y(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ voldoen aan

$$\begin{cases} y''(x) + xy'(x) + y(x) = 0 \\ y(0) = 0, y'(0) = 1. \end{cases}$$

- Stel een recurrente betrekking op voor a_n .
- Bereken a_n voor $n = 0, 1, 2, 3, 4, 5$.

Normering:

1 : 5	2 : 5	3 : 4	4 : 4	5 : a) 3 b) 3 c) 2	6 : 5	7 : a) 3 b) 2
_____	_____	_____	_____	_____	_____	_____
5	5	4	4	8	5	5

$$\text{Eindcijfer} = \frac{\# \text{ punten}}{4} + 1$$