

Faculteit der Exacte Wetenschappen	tentamen Differentiëren en Integreren 2
Afdeling Wiskunde	voor studenten Wiskunde en Natuurkunde
Vrije Universiteit	08-02-2010
	18:30 - 20:30 uur

Normering:

1a:2	2a:1	3a:1	4a:3	5a:1	6a:3	7:4
b:3	b:2	b:3	b:2	b:3	b:3	
	c:2			c:3		

$$\text{Eindcijfer} = 1 + \frac{\text{totaal}}{4}$$

Het gebruik van het boek, aantekeningen, formulebladen of een (grafische) rekenmachine bij het tentamen is niet toegestaan.

- Toon aan dat de integraal $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{\sin x} dx$ divergent is.
 - Laat zien of de integraal $\int_1^{\infty} \frac{\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+1)^5} dx$ convergeert of divergeert.
- Het vlak V_1 word gegeven door de vergelijking $x - y + 2z = 2$ en het vlak V_2 door de vergelijking $x + y + z = 3$.

 - Toon aan dat het punt $P_0 = (1, 1, 1)$ in beide vlakken ligt.
 - Schrijf de vergelijking van de snijlijn van de vlakken in de vorm $\vec{x}(t) = \vec{r}_0 + t\vec{u}$, waarbij $\vec{r}_0$ en $\vec{u}$ vectoren zijn en t een parameter is.
 - Bereken de afstand van het punt $(1, 2, 3)$ tot het vlak V_1 en tot de snijlijn.
- De kromme $\mathcal{C}$ wordt in poolcoördinaten gegeven door de vergelijking $r = \sqrt{2 \cos \theta}$ met $-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$

 - Schets de kromme $\mathcal{C}$ en de cirkel met straal 1 om het punt $(0, 0)$.
 - Bepaal de oppervlakte van het gebied dat binnen $\mathcal{C}$ ligt maar buiten de cirkel met straal 1 om $(0, 0)$.

Z.O.Z

4. Gegeven is de kromme $\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$ voor $t \geq 0$.
 Hierbij is $x(t) = \cos t + t \sin t$, $y(t) = \sin t - t \cos t$ en $z(t) = \sqrt{2}t^2$.
- a) Bepaal de booglengte s van de kromme van 0 tot t , als functie van t en druk t uit in s .
- b) Bepaal de snelheidsvector $\vec{v}(t)$ voor algemene t en de eenheidsraakvector $\vec{T}(s)$ voor $s = \frac{3\pi^2}{2}$.
5. Gegeven is de functie $f(x, y) = x^3 - yx + y^2 - 1$
- a) Toon aan dat het punt $(1, 2, 2)$ op de grafiek van f ligt.
- b) Bepaal een vergelijking van het raakvlak aan de grafiek van f in het punt $(1, 2, 2)$.
- c) Bepaal een richting $\vec{v}$ zodat de richtingsafgeleide van f in de richting van $\vec{v}$ gelijk aan 0 is.
6. Bepaal of de beiden volgende vectorvelden conservatief zijn:
- a) $\vec{F}(x, y) = (y^5 - 2x)\vec{i} + (5xy^4 + 3y^2)\vec{j}$
- b) $\vec{G}(x, y) = (\sqrt{x} \sin y)\vec{i} - (x^{\frac{3}{2}} \cos y)\vec{j}$.
7. Zij T de driehoek in de 2-dimensionale ruimte $\mathbb{R}^2$ met de hoekpunten $(0, 0)$, $(1, 0)$ en $(1, 1)$. Bereken de integral

$$\iint_T \frac{yx^2}{1+x^5} dA.$$