

Duur: 2 uur

03-06-2002

Aantal opgaven: 4

Normering: Zie ommezijde, onderaan het blad

Beantwoordingsinstructie: Alle antwoorden duidelijk toelichten.

$\Re(z)$ is het reële deel van z en $\Im(z)$ is het imaginaire deel.

1. (a) Ga na of er een $\alpha \in \mathbb{C}$ bestaat zodat de functie $g(x + iy) = xy + \alpha(x^2 - y^2)$ analytisch is op geheel $\mathbb{C}$.
(b) Ga na of er een analytische functie f bestaat op geheel $\mathbb{C}$ zodat $\Re(f(z)) = |z|^2$.
2. (a) Bepaal alle oplossingen van de vergelijking $e^z = 1 + i$.
(b) Bewijs de volgende propositie: als f analytisch is op een gebied G en $\Re(f(z))$ is een constante functie dan is f zelf constant op G .
(c) Is de propositie van (b) nog steeds waar als G niet noodzakelijk een gebied is maar slechts een willekeurige open verzameling?
3. (a) Bereken de lijnintegraal

$$\oint_{C_1} \frac{z^2}{z-2} dz,$$

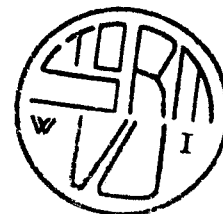
als C_1 de eenmaal linksom doorlopen cirkel om 2 met straal 2 is.

- (b) Bereken de lijnintegraal

$$\oint_{C_2} \frac{z^2}{z-2} dz,$$

als C_2 de eenmaal linksom doorlopen cirkel om -2 met straal 2 is.

Z.O.Z.



4. (a) Gegeven is de functie

$$f(z) = \frac{e^z}{1 + e^z}$$

en de V de verzameling

$$V = \{z : \Re(z) > 0, -\pi/2 < \Im(z) < \pi/2\}.$$

Bepaal en schets het beeld van V onder f .

- (b) Beschouw de functiereeks:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3} \left(\frac{z}{1+z} \right)^n.$$

Bepaal en schets de verzameling van waarden van z waarvoor de reeks convergeert.

	1: a:	5;	2 a:	3;	3 a:	5;	4 a:	5
Normering:	b:	4	b:	4	b:	4	b:	4
			c:	2				

Eindcijfer = $1 + \frac{\text{totaal}}{4}$.