



1. De functie $f : D_f \rightarrow \mathbb{R}$ wordt gegeven door

$$f(x) = \frac{\ln(1 - 2x)}{\sqrt{x^2 + x^3}}.$$

(i) Wat is het domein van f ?

[Dus: bepaal alle x waarvoor de gegeven formule betekenis heeft.]

(ii) Bereken:

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x).$$

(iii) Toon aan dat de functie f in $x = 0$ een niet-ophefbare discontinuïteit heeft.

2. Bereken:

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} x - \sqrt{x + x^2}$

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x - 1}{2x + 1} \right)^x.$

3. De functie $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ wordt gegeven door

$$g(x) = x^5 + x + \cos x.$$

a) Toon aan dat de vergelijking $g(x) = 0$ precies één reële oplossing heeft.

b) Bepaal het 2^e graads Taylorpolynoom van g rond $x = 0$.

4. Bereken:

a) $\int \frac{\sin x}{2 + \cos x} dx,$

b) $\int_2^3 \frac{x - 4}{x^2 + x - 2} dx,$

c) $\int_0^1 \sqrt{x} \ln x \, dx.$

Z.O.Z.

5. a) Onderzoek de volgende reeksen op absolute convergentie, dan wel relatieve convergentie, dan wel divergentie.

$$(i) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\ln(n^2)} \qquad (ii) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{3^n}.$$

- b) Gegeven is de machtreeks $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{n 4^{n+1}}$.

- (i) Bereken de convergentiestraal R van deze machtreeks.
(ii) Onderzoek het gedrag van de machtreeks in de randpunten $x = R$ en $x = -R$ van het convergentie-interval.

6. De functie $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ wordt gegeven door $f(x, y) = x^2 + x^2 y + y^3 - 12y - 2$.

- (i) Geef de vergelijking van het raakvlak aan de grafiek van f in het punt $(x, y, z) = (1, 0, -1)$.
(ii) Bepaal de stationaire punten van f .
(iii) Ga na in welke van de bij (ii) gevonden punten zich een (lokaal) extreem bevindt.

7. a) Bereken door verwisseling van integratievolgorde:

$$\int_0^1 \int_{\sqrt{x}}^1 \frac{3}{4+y^3} dy dx.$$

- b) Het gebied $S \subset \mathbb{R}^2$ wordt gegeven door

$$S = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 4 \text{ én } y \geq x \right\}.$$

Bereken door overgang op poolcoördinaten:

$$\int \int_S \cos(x^2 + y^2) dA.$$

Normering:

1 : 7	2 : a) 3 b) 3	3 : a) 4 b) 3	4 : a) 2 b) 4 c) 3	5 : a) 5 b) 4	6 : (i) 2 (ii) 3 (iii) 3	7 : a) 4 b) 4
7	6	7	9	9	8	8

$$\text{Eindcijfer} = \frac{\# \text{ punten}}{6} + 1$$