

5. (Het pt. $(-1, +1)$ ligt inderdaad op de kromme; vul maar in). Beschouw y als functie van x .

(III)

Impliciet differentieer naar x :

$$2 \ln y + 2x * \frac{1}{y} * \frac{dy}{dx} = 1 + \frac{dy}{dx}$$

Vul in: $x = -1$ en $y = 1$; geeft: $-2 \frac{dy}{dx} = 1 + \frac{dy}{dx}$

Dus $\frac{dy}{dx} = -1/3$ (in $(-1, +1)$) en dus vgl. van de

raaklijn: $y = 1 - \frac{1}{3}(x+1)$ of wel $y = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$

i. a) (i) $\int \frac{(1+\sqrt{x})^2}{x} dx = \int \frac{1+x+2\sqrt{x}}{x} dx = \int (\frac{1}{x} + 1 + \frac{2}{\sqrt{x}}) dx$

$$= \ln|x| + x + 4\sqrt{x} + C$$

(ii) $\int_0^{\pi/2} \sin t e^{\cos t} dt = -e^{\cos t} \Big|_0^{\pi/2} = e^1 - e^0 = e - 1$

(event. via de substitutie $u = \cos t$)

b) Bedenk dat $0 < 1 < 3 < \pi$ en dus $\sin x > 0$ op het interval $[1, 3]$. Dus:

$$2 = \int_1^3 \sqrt{1+0} dx \leq \int_1^3 \sqrt{1+\sin x} dx \leq \int_1^3 \sqrt{2} dx = 2\sqrt{2}$$

c) $\sin(1+t^2)$ is continue; heeft dus een primitieve, zeg H

Dan: $f(x) = \int_0^{e^x} \sin(1+t^2) dt = H(t) \Big|_0^{e^x} = H(e^x) - H(0)$

en dus $f'(x) = H'(e^x) * e^x - 0 = \sin(1+e^{2x}) * e^x$

en dus $f''(x) = \cos(1+e^{2x}) * 2e^{2x} * e^x + \sin(1+e^{2x}) * e^x$

en dus $f'(0) = \sin 2$ en $f''(0) = 2e \cos 2 + \sin 2$.

Altern.: noem $e^x = u$ en zij $y = \int \sin(1+t^2) dt$, dan

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} * \frac{du}{dx} \stackrel{\text{st.}}{=} \sin(1+u^2) * e^x =$$

$$= \sin(1+e^{2x}) * e^x \text{ en verder zoals boven.}$$