

1. a) Wil $f(x)$ gedefinieerd zijn, dan moet gelden $x \geq 0$ en $\sqrt{x} - x \geq 0$ of wel $x \geq 0$ en $\sqrt{x} \leq 4$ dus:

$$0 \leq x \leq 16 \quad \text{Dus } D_f = [0, 16].$$

b) Op $[1, 9]$ geldt: $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x-x^2}} \cdot \left(\frac{2}{\sqrt{x}} - 1\right) = 0$

$\Leftrightarrow x=4$. Technisch f' : $\frac{1}{1} \frac{++}{4} \frac{--}{9}$

Dus in $x=4$ een (absoluut) maximum ten ware $x=1$ en $x=9$ (absolut minima)

ten ware $\sqrt{3}$ (sawt in 1 als in 9)

c) $f'(1) = \frac{1}{2\sqrt{3}}$ en $f'(9) = \sqrt{3}$ dus vgl. waarden

limiet: $y = \sqrt{3} + \frac{1}{2\sqrt{3}}(x-1)$

2. a) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} x \ln(x^2) = \lim_{x \rightarrow 0} 2x \ln|x| = 0 = f(0)$

dus f is continu in 0.

b) $f(x) = \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \frac{x \ln(x^2)}{x} = \ln(x^2) \rightarrow -\infty$ als $x \rightarrow 0$

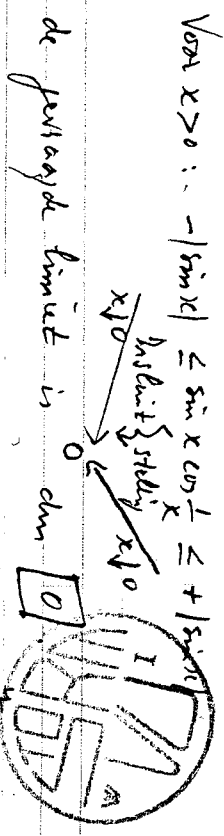
dus f is niet diff. bar in 0.

3. a) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 + \cos x}{(x - \pi)^2} \stackrel{\text{L'Hop}}{=} \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{-\sin x}{2(x - \pi)} \stackrel{\text{L'Hop}}{=} \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{-\cos x}{2} = \frac{1}{2}$

d) $\sqrt{x^2 + 2x} - \sqrt{x^2 - x} = \frac{(\sqrt{x^2 + 2x} - \sqrt{x^2 - x}) \cdot (\sqrt{x^2 + 2x} + \sqrt{x^2 - x})}{\sqrt{x^2 + 2x} + \sqrt{x^2 - x}} = \frac{3x}{\sqrt{x^2 + 2x} + \sqrt{x^2 - x}}$

$\stackrel{R.R.}{\rightarrow} \frac{3}{2}$ als $x \rightarrow \infty$

3. c) Voor $x > 0$: $-|\sin x| \leq \sin x \leq \frac{1}{x} \leq \frac{1}{\sin x}$



4. Impf. diff. geeft: $2x - y - x \frac{dy}{dx} + e^y \frac{dy}{dx} = 0$

$x=0$ invullen in de oortp. vgl geeft $0 - 0 + e^0 = e$

dus $y(0) = 1$. Dit invullen in (*) geeft

$0 - 1 - 0 + e' \cdot \frac{dy}{dx} = 0$. Dus $\frac{dy}{dx}(0) = \frac{1}{e}$

5. a) Op $[0, \frac{\pi}{4}]$ is f diff. bar. Dus we mogen de

Middelwaardestelling gebruiken op elk interval $[0, x]$

$\exists c \in (0, x): \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = f'(c)$

Op wel: $\frac{\tan x}{x} = \frac{1}{\cos^2 c}$ of wel $\tan x = \frac{x}{\cos^2 c}$

b) Daar c uit onderdeel a) tussen 0 en $\frac{\pi}{4}$

ligt, geldt $\frac{1}{2} < \cos^2 c < 1$

en dus $2 > \frac{1}{\cos^2 c} > 1$

en dus geldt van elke $x \in (0, \frac{\pi}{4})$:

$2x > \frac{x}{\cos^2 c} > x$ en dus $2x > \tan x > x$

6. a) $\int_0^2 x \sqrt{2-x} dx \stackrel{\text{Subst } t=2-x}{=} - \int_2^0 (2-t) \sqrt{t} dt =$

Vervolg 2 b a)

(III)

$$= \int_0^2 (2\sqrt{t} - t^{3/2}) dt = \left[\frac{4}{3} t^{3/2} - \frac{2}{5} t^{5/2} \right]_0^2 =$$

$$= \frac{4}{3} \cdot 2\sqrt{2} - \frac{2}{5} \cdot 4\sqrt{2} = \underline{\underline{\frac{16}{15} \sqrt{2}}}$$

b. b) $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$ $\begin{matrix} \text{Stel } t = \sqrt{x} \\ \frac{dt}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{x}} \\ 2dt \leftrightarrow \frac{dx}{\sqrt{x}} \end{matrix}$ $\int 2e^t dt = 2e^t + C$
 $= \underline{\underline{2e^{\sqrt{x}} + C}}$

7. Stel $u = x^2$ dan $y(u) = \int \sqrt{t} e^t dt$

Wan $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} * \frac{du}{dx} = \sqrt{u} e^u * 2x =$
 $= x e^{x^2} \cdot 2x = \underline{\underline{2x^2 e^{x^2}}} \quad (x > 0)$

en dan $f'(x) = \underline{\underline{2e^4}}$.