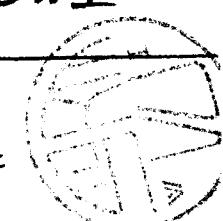


- Mit werkings 1^e Deeltentamen (D1) Calculus (I)
 21-10-1999 W/N/Ect1/BWI

1. a) $x - \sqrt{x^2 - x} = (x - \sqrt{x^2 - x}) * \frac{x + \sqrt{x^2 - x}}{x + \sqrt{x^2 - x}}$ = 

$$= \frac{x^2 - (x^2 - x)}{x + \sqrt{x^2 - x}} = \frac{x}{x + \sqrt{x^2 - x}} = \frac{1}{1 + \sqrt{1 - \frac{1}{x}}} \xrightarrow[\text{R.R.}]{\boxed{\frac{1}{2}}} \text{ al } x \rightarrow \infty .$$

b) $\frac{1 - \cos(3x)}{2x^2} = \frac{1 - \cos(3x)}{2x^2} * \frac{1 + \cos(3x)}{1 + \cos(3x)} =$

$$= \frac{1 - \cos^2(3x)}{2x^2(1 + \cos(3x))} = \frac{\sin^2(3x)}{2x^2} * \frac{1}{1 + \cos(3x)} =$$

$$= \frac{\sin^2(3x)}{(3x)^2} * \frac{9}{2} * \frac{1}{1 + \cos(3x)} \xrightarrow[\text{R.R.}]{1^2 * \frac{9}{2} * \frac{1}{2} = \boxed{\frac{9}{4}}} \text{ al } x \rightarrow 0$$

(want dan ook $3x \rightarrow 0$)

2. a) (i) $\frac{1}{2\sqrt{1 + \sin(\sqrt{x})}} * \cos(\sqrt{x}) * \frac{1}{2\sqrt{x}}$;

(ii) $\frac{\sqrt{x}(e^{3\sin x} \cdot \cos x) - (e^{3\sin x} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}})}{x}$.

b) $\frac{f(h) - f(0)}{h-0} = \frac{2h + h^2 \cos \frac{1}{h^2}}{h} = 2 + h \cos \frac{1}{h^2}$

$\rightarrow 2$ al $h \rightarrow 0$; want $-|h| \leq h \cos \frac{1}{h^2} \leq +|h|$
 en gebruik de insluitingsstelling.

3. De raaklijn door het punt $(a, f(a))$ van de grafiek van f heeft vergelijking:

$$y - (a + \frac{1}{a}) = f'(a)(x-a) = \left(1 - \frac{1}{a^2}\right)(x-a).$$

Invullen van het punt $(1,1)$ levert :

(II)

$$1-a-\frac{1}{a} = \left(1-\frac{1}{a^2}\right)(1-a) = 1 - \frac{1}{a^2} - a + \frac{1}{a}$$

$$\text{of wel : } \frac{1}{a^2} = \frac{2}{a}, \text{ of wel } a = \frac{1}{2}$$

Invullen van $a = \frac{1}{2}$ in de vgl. van de taaklijn geeft :

$$y - \frac{5}{2} = \left(1-\frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{1}{2}\right) \text{ of wel : } y = -3x + 4.$$

4. Beleidt de (continue) functie $f(x) = x^5 + x - 5$

Daar $f(0) = -5 < 0$ en $f(2) = 29 > 0$ heeft f op stand van de tussenwaarde st. voor cont. functies tenminste 1 nulpunt tussen 0 en 2.

Daar $f'(x) = 5x^4 + 1 \geq 1 > 0$ is f een strikt stijgende functie en heeft dan precies 1 nulpunt op \mathbb{R} .

5. a) i) $\int \sqrt{x} \cos(x\sqrt{x}) dx$ stel $u = x^{3/2}$ $\frac{2}{3} \int \cos u du =$
 $du = \frac{3}{2} \sqrt{x} dx$

$$= \frac{2}{3} \sin u + C = \frac{2}{3} \sin(x\sqrt{x}) + C.$$

a) ii) $\int_{e^2}^{\infty} \frac{1}{t\sqrt{\ln t}} dt$ stel $\ln t = u$ $\int_2^{\infty} \frac{du}{\sqrt{u}} =$
 $du = \frac{1}{t} dt$

$$= [2\sqrt{u}]_1^2 = \frac{2\sqrt{2} - 1}{2}$$

b) $y = f(x) = \int e^{\sqrt{t}} dt$ $u = x^2$ $\int_0^x e^{\sqrt{t}} dt.$

Dan $\frac{dy}{dx} = f'(x) = \frac{dy}{du} * \frac{du}{dx} = e^{\sqrt{u}} * 2x = e^{\sqrt{x}} * 2x$
 $x > 0$