

1. Toon aan, door middel van volledige inductie, dat voor alle $n \in \mathbb{N}$ geldt:

$$\sum_{k=0}^n \frac{5(k+4)!}{k!} = \frac{(n+5)!}{n!} .$$

2. a) Bereken:

(i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right) \cos(x)}{\sin x \cos x^2} ;$

(ii) $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x} \ln(4+x)} .$

- b) (i) Bereken het 4e orde Taylor-polynoom (bij $x=0$) van $f(x) = \cos 2x - 2 \cos x ;$

- (ii) Bepaal vervolgens:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1+x^2+\cos 2x-2\cos x}{x^4} .$$

3. a) Los op: $\begin{cases} xy' + 2y = 4x^2 & (x > 0) \\ y(1) = 2 \end{cases} .$

- b) Geef de algemene oplossing van

$$y'' + 8y' + 16y = 49e^{3x} .$$

4. Zij $f(x,y) = \ln \left(\frac{x^2 y^2}{\cos^2 x + \cos^2 y} \right) + \ln \left(\frac{\cos^2 x + \cos^2 y}{\sin x \cos y} \right) .$

Bereken : $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} .$

5. a) Bepaal de som van de reeks $\sum_{k \geq 1} \left(\frac{1}{2^k} - \frac{1}{3^{k+1}} \right)$.
- b) Onderzoek beide onderstaande reeksen op convergentie:
- (i) $\sum_{n \geq 1} n e^{-n^2}$;
- (ii) $\sum_{n \geq 1} \left(1 + \frac{1}{n} \right)^{-n}$.
- c) Bepaal de convergentie-straal van de machtreeks $\sum_{n \geq 0} \frac{n x^{n+3}}{n+2}$.

Bepaal vervolgens de som op het open convergentie-interval.

6. a) Bepaal, in geval van convergentie:

(i) $\int_e^{\infty} \frac{1}{x(\ln x)^2} dx$;

(ii) $\int_0^1 \frac{1}{x(\ln x)^2} dx$.

- b) (i) Schrijf $\int_0^1 \left(\int_{-\sqrt{y}}^{+\sqrt{y}} f(x,y) dx \right) dy + \int_1^4 \left(\int_{y-2}^{\sqrt{y}} f(x,y) dx \right) dy$
als één gebiedsintegraal $\int_S f(x,y) dx dy$ en schets S .

- (ii) Neem nu $f(x,y) = e^{2x^3 - 3x^2 - 12x}$ en bereken de gebiedsintegraal onder (i) .

Normering:	1: 8	2a: 5	3a: 5	4: 3	5a: 3	6a: 5
		b: 5	b: 5		b: 3	b: 6
					c: 6	
	$\overline{8}$	$\overline{10}$	$\overline{10}$	$\overline{3}$	$\overline{12}$	$\overline{11}$

$$\text{Eindcijfer} = \frac{\text{Totaal}}{6} + 1$$