

Faculteit der Exacte Wetenschappen	tentamen Calculus 2
Afdeling Wiskunde	12-06-2006
Vrije Universiteit	18:30-20:30 uur



1. Bereken:

$$\text{a) } \int_0^1 \frac{x^3 - x^2 + 2x + 2}{x^2 - 2x + 3} dx, \quad \text{b) } \int_1^4 \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx, \quad \text{c) } \int_0^1 \frac{1}{(x-1)^2} dx.$$

2. Onderzoek de volgende reeksen op absolute convergentie, dan wel relatieve convergentie, dan wel divergentie.

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{\frac{1}{n}}}{n^2}, \quad \text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 2^n}{n! \sqrt{n}}.$$

3. De functie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ is gegeven door

$$f(x) = \int_0^{\sin x} e^{t^2} dt.$$

Bereken $f'(x)$.

4. Gegeven is de machtreeks $\sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{1}{3}\right)^n \frac{x^n}{\sqrt{n}}$.

- Bereken de convergentiestraal R van deze machtreeks.
- Onderzoek het gedrag van de machtreeks in de randpunten $x = R$ en $x = -R$ van het convergentie-interval.

5. Gegeven is de machtreeks $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{x^2 + 1}{3}\right)^n$. Ga na voor welke waarden van x de reeks convergeert en bepaal voor die waarden van x de som.

Z.O.Z.

6. De functie $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ is gegeven door

$$f(x, y) = x^3 + y^4 + 3x^2y^2 - 3x.$$

- a) Bepaal de stationaire punten (critical points) van f .
 b) Ga na of in de bij a) gevonden punten f een lokaal extreme waarde aanneemt.
7. a) Schets het integratiegebied en bereken, door verwisseling van integratievolgorde, de herhaalde integraal

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_y^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{x} dx dy.$$

b) Het gebied $S \subset \mathbb{R}^2$ wordt gegeven door:

$$S := \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y \geq x, \text{ én } x^2 + y^2 \leq 1 \right\}.$$

Schets S en bereken:

$$\iint_S \sqrt{1 - x^2 - y^2} dA.$$

Normering:

1 : a) 3	2 : a) 2	3 : 4	4 : a) 3	5 : 4	6 : a) 2	7 : a) 3
b) 2	b) 2		b) 2		b) 3	b) 3
c) 3						
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----
8	4	4	5	4	5	6

$$\text{Eindcijfer} = \frac{\# \text{ punten}}{4} + 1$$