

Faculteit der Exacte Wetenschappen	hertentamen Calculus 2
Afdeling Wiskunde	13-6-2005
Vrije Universiteit	's avonds

1. Bereken:

a) $\int_0^{\sqrt{e}} x \ln x \, dx,$

b) $\int_0^\infty \frac{x-1}{x^3+1} \, dx.$ Hint: $x^3+1 = (x+1)(\dots)$

2. De functie $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ is gegeven door

$$f(x) = \int_0^{\sqrt{x}} \exp(t^2) \, dt.$$

Bepaal $f'(1)$.

3. Onderzoek de volgende reeksen op absolute convergentie, dan wel relatieve convergentie, dan wel divergentie.

a) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n^2+1},$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sin\left(\frac{n}{n+2005}\right).$

4. Gegeven is de machtreeks $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^n x^n}{\sqrt{n^2+3}}.$

a) Bereken de convergentiestraal R van deze machtreeks.

b) Onderzoek het gedrag van de machtreeks in de randpunten $x = R$ en $x = -R$ van het convergentie-interval.

Z.O.Z.

5. Bepaal het derdegraads Taylorpolynoom van $\frac{1-x}{1+x}$ rond $x = 1$.

6. De functie $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ is gegeven door

$$f(x, y) = (x^2 - 1)(x^2 - y^2).$$

a) Bepaal de stationaire punten van f .

b) Ga na in welke van de bij a) gevonden punten f een lokaal extreme waarde aanneemt.

7. a) Bereken, door verwisseling van integratievolgorde:

$$\int_0^1 \int_y^1 y \sqrt{1+x^3} dx dy.$$

b) Het gebied $S \subset \mathbb{R}^2$ wordt gegeven door:

$$S := \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y \geq x \geq 0 \text{ en } x^2 + y^2 \leq 1 \right\}.$$

Bereken:

$$\int \int_S \sqrt{1-x^2-y^2} dA.$$

Normering:

1 : a) 4 b) 4	2 : 4	3 : 4	4 : a) 3 b) 2	5 : 3	6 : a) 4 b) 2	7 : a) 3 b) 3
8	4	4	5	3	6	6

$$\text{Eindcijfer} = \frac{\# \text{ punten}}{4} + 1$$