

Normering:

$1a : 2;$ $2a : 2;$ $3 : 4;$ $4a : 2;$ $5a : 2;$ $7 : 3$
 $b : 3;$ $b : 2;$ $b : 3;$ $b : 6;$
 $c : 2;$ $c : 3;$ $c : 2;$

Eindcijfer = $1 + \frac{\text{totaal}}{4}$.

1. a) Bereken voor $x > 0$ de functie $\frac{d}{dx} \int_{\sqrt{x}}^1 \frac{1}{t + t^3} dt$.
 b) Bereken $\int_4^\infty \frac{\sqrt{t} dt}{(\sqrt{t} - 1)^3}$ of laat zien dat de integraal divergeert.
 c) Toon aan dat de integraal $\int_1^\infty \frac{dx}{x(1 + \sqrt{x})}$ convergent is.
2. Gegeven zijn de vectoren $\mathbf{v} = -\mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k}$ en $\mathbf{w} = -\mathbf{i} - \mathbf{j} + 2\mathbf{k}$ en het punt $P_0 = (1, 2, 3)$.
 a) Bepaal een vector die loodrecht $\mathbf{v}$ én loodrecht $\mathbf{w}$ staat.
 b) Het vlak V wordt gegeven door de vergelijking $-x + y + z = 4$ en het vlak W heeft de vergelijking $-x - y + 2z = 3$. Toon aan dat het punt P_0 in beide vlakken ligt. Schrijf de snijlijn van V en W in de vorm $\mathbf{r}_0 + t\mathbf{u}$, waarbij $\mathbf{r}_0$ en $\mathbf{u}$ vectoren zijn en t een parameter.
3. De kromme C wordt in poolcoördinaten gegeven door $r = \sqrt{2 \sin 2\theta}$, voor $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$. Bepaal de oppervlakte van het gebied dat binnen C ligt maar buiten de cirkel met straal 1 om het punt $(0, 0)$.
4. Gegeven is de parameterkromme $\mathbf{r}(t) = x(t)\mathbf{i} + y(t)\mathbf{j} + z(t)\mathbf{k}$ in de drie dimensionale ruimte. Hierbij is $x(t) = \frac{1}{\pi} \sin(\pi t)$, $y(t) = \frac{2}{3} t \sqrt{t}$, en $z(t) = \frac{1}{\pi} \cos(\pi t)$ voor $t \geq 0$.
 a) Bepaal de snelheidsvector $\mathbf{v}(t)$ en toon dat de absolute snelheid $v(t) = \sqrt{t + 1}$ is.
 b) Bepaal de lengte $s(t)$ van de kromme tussen de parameterwaarden $t = 0$ en t . Laat zien dat de parameter t en de lengte s voldoen aan $\frac{3}{2}s + 1 = (t + 1)^{\frac{3}{2}}$.
 c) Bepaal de eenheidsraakvector $\hat{T}(s)$ aan de kromme $\mathbf{r}(t)$ voor het punt waar $s = \frac{14}{3}$.

Z.O.Z.

5. Gegeven is de functie $f(x, y) = 4x^3 + 3xy^2 + 12xy$.
- a) Bepaal de gradiënt $\nabla f(x, y)$ van de functie $f(x, y)$.
 - b) Bepaal de kritieke punten van de functie $f(x, y)$. Ga van ieder van de kritieke punten na of de waarde van de functie $f(x, y)$ daar een (lokaal) maximum, (lokaal) minimum of geen van beide is.
 - c) Bepaal de richtingsafgeleide van de functie $f(x, y)$ in het punt $(\frac{1}{2}, -1)$ en de richting $\mathbf{u} = \frac{1}{\sqrt{5}}(2\mathbf{i} + \mathbf{j})$.
6. Zij G het gebied in het eerste quadrant dat wordt begrensd door de lijnen $x = 0$, $y = 1$ en de kromme $x = y^2$. Zij $f(x, y) = xe^{y^5}$. Bereken

$$\iint_G f(x, y) \, dA.$$