

Hertentamen Calculus 2 voor S/MNW

21 februari 2012, 18:30–21:15

Dit tentamen bestaat uit 10 opgaven. Leg bij elke opgave duidelijk uit wat je doet. Als hulpmiddel is alleen een niet-grafische rekenmachine toegestaan.

NB: Het is niet mogelijk om slechts één van de twee delen te herkansen.

Deel 1: rijen en reeksen

1. [60 punten] Bereken de limiet

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 3^n + n 2^n}{(n+1)^2 3^n}.$$

2. [80 punten] Onderzoek of de volgende reeks absoluut convergent, relatief convergent of divergent is:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{2n^2 - 1}.$$

3. [80 punten] Bepaal het convergentie-interval van de volgende reeks (geef dus alle waarden van x waarvoor de reeks convergent is):

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2 (x-4)^n}{2^n}.$$

4. [100 punten] Schrijf $y(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ en gebruik de machtreeksmethode om de oplossing te vinden van de vergelijkingen

$$\begin{cases} y' - 2xy = 0; \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

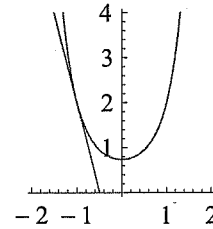
5. [80 punten] Bepaal de Fouriersinusreeks van de functie

$$f(x) = \begin{cases} x & 0 < x < \pi/2, \\ 0 & \pi/2 \leq x < \pi. \end{cases}$$

Deel 2: functies van meerdere variabelen

6. [80 punten] Stel $w = \sin(xy) + \cos(yz)$ met $x = st^2$, $y = 1/t$ en $z = t^2/s$. Formuleer de kettingregel voor $\frac{\partial w}{\partial t}$ in deze situatie, en bereken $\frac{\partial w}{\partial t}$ met behulp van deze kettingregel. Druk je antwoord uit in de variabelen s en t .

7. [80 punten] Gegeven is de functie $f(x, y) = ye^{-x^2}$. Bereken $\nabla f(-1, 2)$ en stel een vergelijking op voor de raaklijn in het punt $(-1, 2)$ aan de hoogtekromme in het (x, y) -vlak gegeven door de vergelijking $f(x, y) = 2e^{-1}$ (zie figuur).



8. [80 punten] Beschouw het stelsel vergelijkingen

$$\begin{cases} 2u^2vw + vwx - 3y^2x = 0, \\ u + v + w - xy = 0. \end{cases}$$

Bereken $\left(\frac{\partial x}{\partial u}\right)_{v, w}$ in het punt $(u, v, w, x, y) = (2, 1, 1, 4, 1)$.

9. [80 punten] Bereken het Taylorpolynoom $P_2(x, y)$ van graad 2 van de functie $f(x, y) = (2x + 3y)^{-2}$ in het punt $(-1, 1)$.

10. [80 punten] Laat D het gebied in het eerste kwadrant zijn tussen de lijn $y = 1$ en de kromme $y = x^2$ (zie figuur). Bereken de integraal

$$\iint_D 4xe^{y^2} dA.$$

