

Normering:

$$1 - 6 : 15$$

$$\text{Eindcijfer} = \frac{\text{Totaal}}{10} + 1$$

Let op: Motiveer Uw antwoord (Ongemotiveerde antwoorden worden fout gerekend!).

1. Bestaat

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y^2}{x^2 + y^4}?$$

Zo ja, bepaal de limiet.

2. De functies $u(x)$ en $y(x)$ zijn impliciet gegeven door $x^2 y + y^2 u - u^3 = 0$ en $x^2 + yu = 1$.
Bepaal $\frac{du}{dx}$.
3. Bepaal de (kortste) afstand van het punt $(0, 0, 0)$ to het oppervlak $xyz^2 = 2$ in $\mathbb{R}^3$.
4. Laat zien, gebruikmakend van de antisymmetrie en bilineariteit van het uitproduct, dat voor $\mathbf{u} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$, geldt dat

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{d\mathbf{u}}{dt} \times \frac{d^2\mathbf{u}}{dt^2} \right) = \frac{d\mathbf{u}}{dt} \times \frac{d^3\mathbf{u}}{dt^3}.$$

5. Bereken de Taylorreeks (alle termen) in $x = 0$ van de functie $f(x) = \sin(x) \cos(x)$.
6. Los het beginwaardeprobleem

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + y = 0, \quad y(0) = 1, \quad \frac{dy}{dx}(0) = 2$$

op.