

Het gebruik van boeken, dictaten en calculators is toegestaan. ZIE OOK DE ACHTERKANT!

Normering:

$$\begin{array}{llll} 1a : 7 & ; & 2a : 3 & ; & 3a : 2 & ; & 4 : 6 & ; & 5a : 1 & ; & 6 : 6 \\ b : 3 & ; & b : 2 & ; & b : 2 & ; & & & b : 3 \\ & & & & c : 2 & & & & c : 4 \\ & & & & & & & & d : 4 \end{array}$$

$$\text{Eindcijfer} = \frac{\text{totaal}+5}{5}.$$

1. (a) Bepaal de machtreeksoplossing $y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ van het probleem
 $(1+x)y'' + y' = 0; \quad y(0) = 5; \quad y'(0) = 1.$
(b) Bepaal de convergentiestraal van de machtreeks die u gevonden hebt.
2. Op het gebied $0 \leq x \leq \pi$ beschouwen wij de functie $f(x) = x^2$.
(a) Ontwikkel $f(x)$ als sinusreeks.
(b) Bepaal de waarde die uw reeks aanneemt in $x = \pi$.
3. Beschouw de rij, die geven wordt door $a_1 = \frac{1}{4}; \quad a_{n+1} = 2a_n(1 - a_n)$ als $n \geq 1$.
(a) Laat zien dat $0 < a_n < \frac{1}{2}$ voor alle $n \geq 1$.
(b) Laat zien dat $\{a_n\}$ een stijgende rij is.
(c) Laat zien dat $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ bestaat en bereken die limiet.

4. In het vlak $\mathbb{R}^2$ is D het gebied

$$D = \{(x, y) : y > 0; 0 < x^2 + y^2 < 1\},$$

de bovenste helft van de eenheidscirkel. Bereken

$$\int \int_D 2(x^2 + y^2)^2 e^{-x^2 - y^2} dx dy.$$

Hint: ga over op poolcoördinaten

5. Gegeven is de functie

$$F(x, y) = (x^2 + y^2) \sin \left(\frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} \right).$$

- (a) Bepaal het domein van $F(x, y)$.
- (b) Bewijs dat

$$\lim_{x \rightarrow 0, y \rightarrow 0} F(x, y)$$

bestaat en bereken die limiet.

- (c) Op grond van het vorige punt kunt u $F(0,0)$ zo kiezen dat F overal continu is. Laat zien dat, na die keuze,

$$\frac{\partial F}{\partial x}(0,0)$$

bestaat en bereken die partiële afgeleide.

- (d) Onderzoek of $\frac{\partial F}{\partial x}$ continu is in $(0,0)$.

6. Vind de extremen van $F(x,y) = x^2 + y^2$ op de verzameling $\{(x,y) : xy = 2\}$.