

Het gebruik van boeken, dictaten en calculators is toegestaan.

Normering:

$$\begin{array}{ccccccc} 1 : 10 & ; & 2a : 5 & ; & 3a : 3 & ; & 4a : 5 & ; \\ & & b : 5 & ; & b : 3 & ; & b : 5 & ; \\ & & & & c : 4 & & & \end{array}$$

$$\text{Eindcijfer} = \frac{\text{totaal}}{4}.$$

1. In het vlak $\mathbb{R}^2$ is D het gebied

$$D = \{(x, y) : x > 0; y > 0; 0 < x^2 + y^2 < 1\},$$

het "rechtsbovenkwart" van de eenheidscirkel. Bereken

$$\iint_D 2(x^2 + y^2)e^{-x^2 - y^2} dx dy.$$

Hint: ga over op poolcoördinaten

2. (a) Bepaal de Taylorreeks rond $x = 0$ van de functie

$$f(x) = (1 + x) \ln(1 + x).$$

- (b) Bepaal de convergentiestraal van deze reeks.

3. Beschouw de differentiaalvergelijking

$$y'' = xy,$$

met beginvoorwaarden: $y(0) = 1; y'(0) = 0$. Laat $\sum_{j=0}^{\infty} a_j x^j$ de (machtreeks-)oplossing van dit probleem zijn.

- (a) Laat zien dat

$$a_{3n+1} = 0 \text{ en } a_{3n+2} = 0 \text{ voor alle } n \geq 0.$$

- (b) Geef een recursieformule voor de overige coëfficiënten.

- (c) Bepaal de convergentiestraal van deze machtreeksoplossing.

4. De functie f is 2π -periodiek, terwijl

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{als } -\pi < x < 0, \\ x & \text{als } 0 \leq x < \pi. \end{cases}$$

- (a) Bepaal de Fourierreeks van f .

- (b) Bepaal de waarde die deze reeks aanneemt in $x = \pi$ en laat zien dat

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} = \frac{\pi^2}{8}.$$