
Normering:

1a : 1 ; 2 : 4 ; 3a : 2 ; 4a : 1 ; 5a : 1 ;
b : 1 ; ; b : 2 ; b : 2 ; 5b : 3 ;
c : 2 ; ; c : 3 c : 2
d : 1

Eindcijfer = $\frac{\text{totaal}+5}{3}$.

1. Op het vierkant $D = \{(x, y) : -1 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 1\} \subset \mathbb{R}^2$ is de functie $F(x, y)$ gegeven door

$$F(x, y) = (x + y)xy.$$

- (a) Maak een schets van D en geef aan waar $F(x, y)$ in D positief is, waar negatief en waar $= 0$.
 - (b) Bepaal de stationaire punten van F , dwz de punten waar $\frac{\partial F(x, y)}{\partial x} = 0$ en $\frac{\partial F(x, y)}{\partial y} = 0$. Geef voor ieder stationair punt aan of het een (lokaal) maximum, (lokaal) minimum, of zadelpunt is.
 - (c) Bepaal de (lokale) extremen van $F(x, y)$. Denk ook aan het gedrag op de rand!
 - (d) Bepaal de globale maxima en minima van $F(x, y)$, dwz de "over het hele gebied" maximale en minimale waarden.
2. Laat $B = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1\} \subset \mathbb{R}^2$ de eenheidscirkel zijn. Bereken

$$\int_D xy(x + y) dx dy$$

via transformatie naar poolcoördinaten. Denk aan de Jacobiaan!

3. De functie $f(x)$ wordt gegeven door de machtreeks

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2x^{2n+3}}{(2n)!}.$$

- (a) Bepaal de convergentiestraal van de machtreeks.
 - (b) Laat zien dat $f(x) = x^3(e^x + e^{-x})$.
4. Wij bestuderen de machtreeksoplossing $y = \sum_{k=0}^{\infty} \alpha_k x^k$ van de differentiaalvergelijking

$$y'' - y = 2e^x,$$

die voldoet aan de beginvoorwaarden

$$y(0) = 0, \quad y'(0) = 1.$$

- (a) Bepaal α_0 en α_1 .

- (b) Bepaal alle α_k ($k = 2, 3, \dots$).
- (c) Bepaal de convergentiestraal van de machtreeks en druk y uit in termen van bekende functies.

5. Laat $f(x)$ de 2π -periodieke functie zijn die voldoet aan

$$f(x) = e^x + e^{-x} \quad \text{voor} \quad -\pi \leq x < \pi.$$

- (a) Laat zien dat $f(-x) = f(x)$ voor alle x .
- (b) Bepaal de Fourierreeks van f . *U mag hierbij gebruiken dat*

$$\int_{-\pi}^{\pi} e^x \cos nx dx = \int_{-\pi}^{\pi} e^{-x} \cos nx dx = (-1)^n \frac{e^{\pi} - e^{-\pi}}{1 + n^2}.$$

- (c) Bepaal de waarde die de Fourierreeks aanneemt in $x = \pi$.